Пријемни испит из МАТЕМАТИКЕ за упис на
Мастер академске студије МАТЕМАТИКЕ

11. октобар 2013. године

Време за рад је 180 минута.
Тест има 10 задатака. **Комплетно решени** задаци 1.– 4. вреде по 3 поена, задаци 5.– 8. вреде по 4 поена и задаци 9. и 10. вреде по 6 поена.

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ: ______________________________

БРОЈ ОСВОЈЕНИХ ПОЕНА: ______________________

1. Решити једначину $9^x - 2^{x+0,5} = 2^{x+3,5} - 3^{2x-1}$.

2. Центар уписаног круга једнакокраког троугла дели висину која одговара основици на одсечке дужине $5\,\mathrm{cm}$ и $3\,\mathrm{cm}$. Израчунати дужине страница тог троугла.

3. Решити неједначину $\log_{x-3}(x^2 - 4x + 3) < 0$.

4. Неки полином при дељењу са $x - 1$ даје остатак 2, а при дељењу са $x + 2$ даје остатак -7. Одредити остатак при дељењу овог полинома са $x^2 + x - 2$.

5. Одредити једначину праве која је паралелна равни $4x - y + 2z - 5 = 0$, садржи тачку $T(-3, 1, 2)$ и сече праву $\dfrac{x+3}{0} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

6. Доказати конвергенцију реда $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n,\ a_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n}, & n = m^2, \\ \dfrac{1}{n^2}, & n \neq m^2, \end{cases} \quad m \in \mathbb{N}.$

7. Решити матричну једначину $A \cdot X = B \cdot C^T + 2X$, ако је

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

8. Израчунати Ојлерову карактеристику шестостране пирамиде рода 3.

9. У скупу целих бројева $\mathbb{Z}$ дефинисане су операције $*$ и $\otimes$ на следећи начин: $x * y = x + y + 1$, $x \otimes y = x + y + xy$. Доказати да је $(\mathbb{Z}, *, \otimes)$ прстен изоморфан прстену $(Z, +, \cdot)$.

10. (а) Испитати ток и нацртати график $f(x) = \ln(x+1) - \dfrac{x}{x+1}$.

(б) Одредити коефицијент правца тангенте криве $f(x)$ у тачки превоја.