ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИНФОРМАТИКЕ
III КОЛОКВИЈУМ – ПОПРАВНИ
18.01. 2008.

Име и презиме: ____Број индекса: ____________________

Укупан број поена.___________________

1. Нелогички део језика предикатског рачуна првог реда чине следећи скупови:
Rel={R, S}, Fun={F, G}, Const={e}, при чему је ar(R)=ar(F)=2, ar(S)=ar(G)=1.

1.1 На предвиђена места уписати *израз*, *формула* или × у зависности од тога да ли је одговарајући низ симбола датог језика <u>израз</u>, <u>формула</u> или <u>ни једно ни друго</u>.

1) F(x,G(y)) __________ [0.25 поена]; 2) F(S(x,e)) __________ [0.25 поена];
3) ¬R(x,G(y)) __________ [0.25 поена]; 4) ∀x(R(x,S(y)) ⇒S(R(x,y))) __________[0.25 поена].

1.2. Одредити слободне променљиве следећих формула датог језика.
а) ∀x(R(x,y)∧∃yS(y))
Слободне променљиве су: ___________________________ [0.25 поена].
б) ∀zS(z)⇒∃y(R(z,y)∧S(y))
Слободне променљиве су: ___________________________ [0.25 поена].

1.3. Дати језик је интерпретиран на партитивном скупу скупа природних бројева ℘**(N)** на следећи начин:
I (R)=⊆ (*релација подскуп*), ***I*** (S)=„*бити коначан скуп*“,
I (F)=∩, ***I*** (G)= ′, при чему је $A' =$ **N**\\A, ***I*** (e)=∅.

а) Вредност израза F(F(G(x),G(y)),F(y,e)) у моделу (℘**(N)**, ***I***) при валуацији променљивих
μ(x)={1,2}, μ(y)={1,2,3,4}, …

је ____________________________ [0.5 поена].

б) На предвиђена места уписати *тачно* или *нетачно* у зависности од тога да ли је одговарајућа формула датог језика тачна или нетачна у моделу ($\wp$(**N**), ***I***) при валуацији променљивих: **μ(x)={1,2}, μ(y)={1,2,3,4}, …**

$\neg S(x) \vee R(x,y) \Rightarrow R(G(x),y)$: ________________________ [1 поен];
$S(F(x,y)) \wedge R(G(x),G(y)) \wedge \exists y(S(y) \wedge R(x,y))$: ________________________ [1 поен];
$S(G(e)) \Rightarrow \neg R(x,y) \wedge \forall z S(z)$: ________________________ [1 поен];

в) На предвиђена места уписати *тачно* или *нетачно* у зависности од тога да ли је одговарајућа реченица датог језика тачна или нетачна у моделу ($\wp$(**N**), ***I***):

$\forall x \forall y(R(x,y) \Rightarrow R(G(y),G(x)))$: ________________________ [1 поен];
$\forall x \forall y(R(F(x,y),x) \wedge R(F(x,y),y))$: ________________________[1 поен];
$\exists x(S(x) \wedge S(G(x)))$: ________________________[1 поен];

1.4. Реченицама датог језика изразити следећа својства модела ($\wp$(**N**), ***I***):

1) *Постоје подскупови скупа природних бројева који нису коначни али је њихов пресек коначан.*

____[1 поен];.

2) *Пресек било ког коначног подскупа скупа природних бројева са било којим другим подскупом је такође коначан.*

____[1 поен];.

1.5. Одредити бар једну интерпретацију датог језика на неком скупу тако да реченица $\exists x S(x) \wedge \exists x \neg S(x) \wedge \forall y \exists x(R(x,y) \wedge S(x))$ буде тачна. [2 поена];

1.6 Заокружити слово испред формуле датог језика која је ваљана.
а) $\forall x S(x) \vee \forall x R(x,x) \Rightarrow \exists x(S(x) \wedge R(x,x))$;
б) $\neg \forall x \neg \exists y \neg(R(x,x) \Rightarrow S(y)) \Leftrightarrow \exists x \exists y(R(x,x) \wedge \neg S(y))$;
в) $\exists x(R(x,x) \vee \neg S(x))$;
г) $\forall x(\neg S(G(x)) \vee S(G(x)))$.

[Заокруживање слова испред формуле која јесте логички еквивалентна датој формули добија се 0,5 поена; заокруживање слова испред формуле која није логички еквивалентна датој формули доноси негативне поене – 0,5; незаокруживање слова испред формуле не доноси ни позитивне нити негативне поене.]

2. Ако су α,β, γ и δ произвољне предикатске формуле, доказати:

$$\vdash (\alpha \Rightarrow \gamma) \wedge (\beta \Rightarrow \delta) \Rightarrow (\alpha \wedge \beta \Rightarrow \gamma \wedge \delta) .$$

[3 поена];