ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИНФОРМАТИКЕ 1
III КОЛОКВИЈУМ
30. 01. 2009.

Име и презиме: ____Број индекса: ___________________

Укупан број поена.___________________

Поправни

1. Нелогички део језика предикатског рачуна првог реда чине следећи скупови:
Rel={R, S}, Fun={F, G}, Const={a}, при чему је ar(R)=ar(F)=2, ar(S)=ar(G)=1.

1.1 На предвиђена места уписати *израз*, *формула* или × у зависности од тога да ли је одговарајући низ симбола датог језика израз, формула или ни једно ни друго.

1) $F(a, G(x,a))$ __________ [0.25 поена]; 2) $R(F(x,y),a)$ __________ [0.25 поена];
3) $\neg R(x,F(y,y))$ __________ [0.25 поена]; 4) $\exists x(S(F(a,a)) \wedge R(x,G(y)) \Rightarrow \forall y \neg S(y))$ __________[0.25 поена].

1.2. Дати језик је интерпретиран на скупу целих бројева Z на следећи начин:
I(R)= <
I(S)=„*бити позитиван број*“={1, 2, 3, 4, 5, …},
I(F)= **-** (*одузимање целих бројева*),
I(G)= g, при чему је g: N→ N, $g(n)=(n+1)^2$, $n \in$ Z,
I(a)= 0.

а) Вредност израза $F(G(F(a,F(x,y))),G(F(G(a),x)))$ у моделу (Z, I) при валуацији променљивих $\mu = \begin{pmatrix} x & y \ldots \\ -3 & 1 \ldots \end{pmatrix}$ је

_______________________________ [1 поен].

б) На предвиђена места уписати *тачно* или *нетачно* у зависности од тога да ли је одговарајућа формула датог језика тачна или нетачна у моделу **(**Z, I**)** при валуацији променљивих $\mu = \begin{pmatrix} x & y \ldots \\ -2 & 2 \ldots \end{pmatrix}$ и написати како она гласи у датом моделу при датој валуацији:

$S(G(x)) \Leftrightarrow R(x,a)$ ____[0.5 поена];
$\neg S(a) \wedge (R(a,F(G(y), G(x))) \vee S(F(y,x)))$ ____[1 поен].

в) На предвиђена места уписати *тачно* или *нетачно* у зависности од тога да ли је одговарајућа реченица датог језика тачна или нетачна у моделу **(**Z, I**)** и написати како она гласи у датом моделу:

$\forall x(\neg S(x) \Rightarrow S(G(x)))$ ____[0.5 поена];
$\forall t(S(t) \Rightarrow \exists y(R(F(t,y),a)))$ ____[1 поен].

1.3. Реченицом датог језика изразити следеће својства модела (Z, I):

Разлика два негативна броја може бити негативан број.
____[1 поен].

1.4 Доказати да је формула $(\exists x)(R(x,x) \Rightarrow S(x)) \Leftrightarrow (\forall x R(x,x) \Rightarrow \neg\forall x \neg S(x))$ ваљана. [1.5 поена]

1.5 Дати пример модела у коме формула $\forall x \exists y R(x,y) \Leftrightarrow \exists y \forall x R(x,y)$ није тачна. [1.5 поена]

2. Наћи конјунктивну нормалну форму формуле $(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow \neg r) \Rightarrow (p \Rightarrow \neg q))$. [2 поена]

3. Дата је истинитосна таблица формуле α(*p*,*q*,*r*).

p	*q*	*r*	α(*p*,*q*,*r*)
T	T	T	T
T	T	⊥	⊥
T	⊥	T	T
T	⊥	⊥	T
⊥	T	T	⊥
⊥	T	⊥	T
⊥	⊥	T	⊥
⊥	⊥	⊥	T

Канонска дисјунктивна нормална форма формуле α(*p*,*q*,*r*) је:

____

____

Одговор [1 поен].

4. Методом резолуције испитати да ли је формула $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee \neg(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$ таутологија.
[2 поена]

5. Ако је α произвољна предикатска формула, доказати:

$$\vdash (\alpha \Rightarrow \perp) \Leftrightarrow \neg\alpha .$$

[2 поена];