

# Računarski sistemi

čas 1 - Brojevni sistemi



# Brojevni sistemi

- Osnovna podela na
  - pozicione
    - primer: uobičajeni dekadni zapis brojeva
  - nepozicione
    - primer: rimski zapis brojeva



# Pozicioni brojevni sistemi

- Svaka cifra ima svoju vrednost.
- Vrednost pozicije je stepen osnove.
- Broj se dobija sabiranjem proizvoda vrednosti cifre i vrednosti pozicije na kojoj se cifra nalazi:

$$3127 = 3*1000 + 1*100 + 2*10 + 7*1$$

# Azbuka - slovo ili cifra

- Uobičajene cifre za sisteme sa osnovom do 10:
  - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- Ako je osnova veća od 10, upotrebljava se potreban broj slova sa početka abecede:
  - A, B, C, D, E, F, ...

# "Interesantne" osnove

- U osnovi savremenih digitalnih računara su binarna aritmetika i logika
  - u upotrebi su pozicioni brojevni sistemi
  - najvažnije osnove su
    - 2 (binarni sistem)
    - 16 (heksadekadni sistem)

# 3127 = ?

- $(3127)_{10} = 3127$
- $(3127)_8 = (?)_{10}$
- $(3127)_{16} = (?)_{10}$
- $(3127)_5 = (?)_{10}$
- $(3127)_8 = 3 \cdot 8^3 + 1 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0$   
 $= 3 \cdot 512 + 1 \cdot 64 + 2 \cdot 8 + 7 \cdot 1$   
 $= (1623)_{10}$
- $(3127)_{16} = (12583)_{10}$
- $(3127)_5 = \text{😊}$

---

$$(1B1)_{16} = (?)_{10}$$

$$(121)_3 = (?)_{10}$$

$$(321)_5 = (?)_{10}$$

$$(1B1)_{13} = (?)_{10}$$



# Hornerova šema

- $(3127)_{10} = 3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 7 \cdot 1$   
 $= (3 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 2) \cdot 10 + 7$   
 $= ((3 \cdot 10 + 1) \cdot 10 + 2) \cdot 10 + 7$   
 $= (((3 \cdot 10) + 1) \cdot 10 + 2) \cdot 10 + 7$
- $(3127)_8 = (((3 \cdot 8) + 1) \cdot 8 + 2) \cdot 8 + 7$   
 $= (1623)_{10}$
- $(3127)_{16} = (((3 \cdot 16) + 1) \cdot 16 + 2) \cdot 16 + 7$   
 $= (12583)_{10}$

# Prevođenje celih brojeva iz dekadnog u ?

$$(47)_{10} \rightarrow (?)_5$$

$$5^2 < 47 < 5^3$$

$$(a_2 a_1 a_0)_5 = (47)_{10}$$

$$(47)_{10} \rightarrow (a_2 a_1 a_0)_5$$

$$a_2 \cdot 5^2 + a_1 \cdot 5 + a_0 = 47$$

$$(a_2 \cdot 5^2 + a_1 \cdot 5 + a_0) : 5 = a_2 \cdot 5 + a_1 + \frac{a_0}{5}$$

$$(a_2 \cdot 5 + a_1) : 5 = a_2 + \frac{a_1}{5}$$

$$a_2 : 5 = 0 + \frac{a_2}{5}$$

$$47 : 5 = 9 + \frac{2}{5}$$

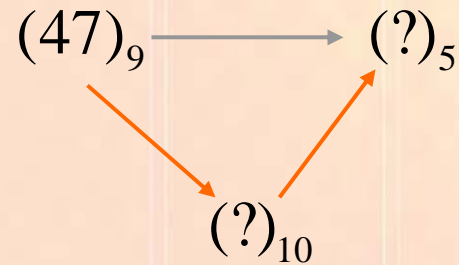
$$9 : 5 = 1 + \frac{4}{5}$$

$$1 : 5 = 0 + \frac{1}{5}$$

$$(a_2 a_1 a_0)_5 = (142)_5$$



# Prevođenje celih brojeva iz osnove $N$ u osnovu $M$



$$(47)_9 \longrightarrow (?)_5$$

$$\begin{aligned} ((47)_9)_5 &= 4 \cdot_5 (9^1)_5 +_5 (7)_5 \\ &= 4 \cdot_5 14 +_5 12 \\ &= 121 +_5 12 \\ &= 133 \end{aligned}$$

$$(47)_9 \longrightarrow (?)_{10} \longrightarrow (?)_5$$

$$\begin{aligned} ((47)_9)_{10} &= 4 \cdot 9^1 + 7 \\ &= 36 + 7 \\ &= (43)_{10} \\ &= (133)_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 43 : 5 &= 8 + \frac{3}{5} \\ 8 : 5 &= 1 + \frac{3}{5} \\ 1 : 5 &= 0 + \frac{1}{5} \end{aligned}$$

↑



# Prevođenje celih brojeva iz osnove $N$ u $M$

$$(X)_N = (X)_M$$

$$(X)_N \equiv x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0 = \sum_{i=0}^n x_i N^i$$

$$(X)_M \equiv y_p y_{p-1} \dots y_1 y_0 = \sum_{i=0}^p y_i M^i$$

$$(X)_N = \sum_{i=0}^n x_i N^i = (X)_M$$



- Operacije sabiranja i množenja su, kao i u primeru sa prethodnog slajda, po odgovarajućem modulu, tj. operacije ciljanog brojnog sistema.
- U primeru su to sabiranje i množenje **u sistemu sa osnovom  $M$**

- Ova varijanta je za nas jednostavna za primenu ako prevedimo u dekadni sistem.
- Ako prevedimo broj iz dekadnog u bilo koji drugi, onda bi bilo jednostavnije primeniti postupak u kome se koriste **operacije** dekadnog sistema (u opštem primeru **sistema sa osnovom  $N$** ).
- Postupak je već viđen

$$\frac{(X)_N}{M} = \sum_{i=1}^p y_i M^{i-1} + \frac{y_0}{M} \quad \text{ostatak}$$

$$X_1 = \sum_{i=1}^p y_i M^{i-1} \quad \text{celi deo}$$

$$\frac{X_i}{M} = X_{i+1} + \frac{y_i}{M}$$



# Prevođenje celih brojeva iz osnove $N$ u $M$

$$\frac{(X)_N}{M} = \sum_{i=1}^p y_i M^{i-1} + \frac{y_0}{M}$$

$$X_1 = \sum_{i=1}^p y_i M^{i-1}$$

$$\frac{X_i}{M} = X_{i+1} + \frac{y_i}{M}$$

$i$	0	1	...	$p$
$X_i$	$X_0$	$X_1$	...	$X_n$
$y_i$	$y_0$	$y_1$	...	$y_n$

$(47)_{10}$

$(?)_5$

$$\frac{47}{5} = 9 + \frac{2}{5}$$

$$\frac{9}{5} = 1 + \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{5} = 0 + \frac{1}{5}$$

$i$	0	1	2
$X_i$	47	9	5
$y_i$	2	4	1



# Prevođenje razlomljenih brojeva iz ? u dekadni

$$(0,317)_8 \rightarrow (?)_{10}$$

$$\begin{aligned}(0,317)_8 &= 3 \cdot 8^{-1} + 1 \cdot 8^{-2} + 7 \cdot 8^{-3} \\ &= 3 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,015625 + 7 \cdot 0,001953125 \\ &= 0,375 + 0,015625 + 0,013671875 \\ &= 0,404296875\end{aligned}$$

# Prevođenje razlomljenih brojeva iz dekadnog u ?

$$(0,36)_{10} \rightarrow (?)_5$$

$$(0, a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots)_5 = (0,36)_{10}$$

$$a_{-1} \cdot 5^{-1} + a_{-2} \cdot 5^{-2} + a_{-3} \cdot 5^{-3} + \dots = 0,36$$

$$(a_{-1} \cdot 5^{-1} + a_{-2} \cdot 5^{-2} + a_{-3} \cdot 5^{-3} + \dots) \cdot 5 = a_{-1} + (a_{-2} \cdot 5^{-1} + a_{-3} \cdot 5^{-2} + \dots)$$

$$(a_{-2} \cdot 5^{-1} + a_{-3} \cdot 5^{-2} + \dots) \cdot 5 = a_{-2} + (a_{-3} \cdot 5^{-1} + \dots)$$

⋮

$$(a_{-n} \cdot 5^{-1} + 0 \cdot 5^{-2} + \dots) \cdot 5 = a_{-n} + 0$$

⋮

Samostalno:

$$(0,47)_{10} \rightarrow (?)_5$$

$$0,36 \cdot 5 = 1 + 0,8$$

$$0,8 \cdot 5 = 4 + 0$$

$$(0, a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots)_5 = (0,14)_5 = (0,36)_{10}$$



# Prevođenje razlomljenih brojeva iz $N$ u $M$

$$(X)_N = (X)_M$$

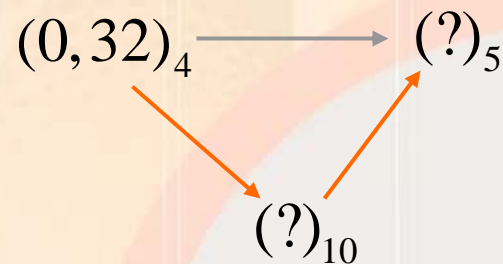
$$(X)_N \equiv 0, x_{-1}x_{-2} \dots x_{-m} = \sum_{i=1}^m x_{-i} N^{-i}$$

$$(X)_M \equiv 0, y_{-1}y_{-2} \dots = y_{-1}M^{-1} + y_{-2}M^{-2} + \dots$$

$$(X)_N = x_{-1} \cdot N^{-1} + x_{-2} \cdot N^{-2} + \dots = (X)_M$$

operacije po modulu  $M$

Kao i u slučaju prevođenja celih brojeva, postoje situacije u kojima nam ne odgovara korišćenje operacija brojevnog sistema sa osnovom  $M$ .



# Prevođenje razlomljenih brojeva iz $N$ u $M$

$$(X)_N \cdot M = y_{-1} + y_{-2} \cdot M^{-1} + y_{-3} \cdot M^{-2} + \dots \quad X_{-1}$$

operacije po  
modulu  $N$

$$X_{-i} \cdot M = y_{-(i+1)} + X_{-(i+1)}$$

- Ako pri prevođenju postoji takvo  $q$  da je  $X_{-q}=0$ , tada se prevođenje završava i važi  $X_N=X_M$ .
- Ako ne, onda važi da je  $X_N \approx X_M$ . Eventualno se može utvrditi periodičnost broja koji je dobijen.

$i$	0	1	2	...	$p$
$X_{-i}$	$X$	$X_{-1}$	$X_{-2}$	...	$X_{-q}$
$Y_{-i}$	0	$y_{-1}$	$y_{-2}$	...	$y_{-q}$

# Prevođenje razlomljenih brojeva iz dekadnog u ?

$$(0,51953125)_{10} \rightarrow (?)_8$$

$$0,51953125 \cdot 8 = 4 + 0,15625$$

$$0,15625 \cdot 8 = 1 + 0,25$$

$$0,25 \cdot 8 = 2 + 0$$

$i$	0	1	2	3
$X_{-i}$	0,51953125	0,15625	0,25	0
$y_{-i}$	0	4	1	2

$$(0,51953125)_{10} \rightarrow (0,412)_8$$



# Prevođenje mešovityh brojeva iz dekadnog u ?

$$X_N \equiv x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0, x_{-1} x_{-2} \dots x_{-m} = \sum_{i=-m}^n x_i N^i$$

- Vršu se odvojeno prevođenje celog i razlomljenog dela po već opisanom postupku;
- Njihovim spajanjem se dobija polazni broj preveden u sistem date osnove.

$$(35,375)_{10} \rightarrow (?)_2$$

$$(35)_{10} \rightarrow (100011)_2 \qquad (0,375)_{10} \rightarrow (0,011)_2$$

$(35,375)_{10} \rightarrow (100011,011)_2$

