

# DINAMICKO PROGRAMIRANJE

Stefan Nikolic  
[kgstefan88@gmail.com](mailto:kgstefan88@gmail.com)

# Problem 1. Podniz

- ▣ Ako je dat niz od  $n$  celih (ili realnih) brojeva, naci njegov najduzi neopadajuci podniz. Susedni clanovi podniza ne moraju biti i susedni clanovi u pocetnom nizu. (???)

# Primer 1. Podniz

$n = 7$

$a = 6\ 4\ 1\ 3\ 2\ 5\ 8$

Najduzi neopadajuci podniz je:

**1, 3, 5, 8**

# Primer 2. Podniz

- ▣  $n = 50$
- ▣  $a = 86\ 15\ 7\ 92\ 9\ 51\ 105\ 170\ 85\ 198\ 157\ 154\ 153$   
 $173\ 178\ 48\ 174\ 152\ 127\ 107\ 2\ 92\ 158\ 170\ 24\ 167$   
 $61\ 14\ 109\ 185\ 199\ 132\ 86\ 50\ 188\ 111\ 13\ 155\ 192$   
 $58\ 130\ 151\ 126\ 120\ 132\ 120\ 85\ 67\ 139\ 59$
- ▣ Najduzi neopadajuci podniz je:  
 $7\ 9\ 51\ 105\ 170\ 173\ 178\ 185\ 188\ 192$

# Primer 3.

$$n = 1000$$

a = 2180 9792 2638 7999 3411 16064 8359 7610 7018 10199 18752 18360 8909 12934 18145 3651 1677 5060 7967 4774 10557 4036 15125 15042 5302

19225 15986 2116 5254 7865 14271 7045 3306 16631 3332 19310 8007 14373 6069 14102 19448 16354 13749 12591 10332 8055 223 8501 9102 18938 12444  
12884 7244 18630 3523 14361 10416 8413 7409 646 3956 19071 1410 12823 8965 12746 16669 18198 15690 14067 8277 15236 7483 18319 9549 18155 8524  
6134 11516 5674 15474 16124 4661 9777 1016 6068 7280 4449 18846 639 14117 16543 5839 4269 14957 18137 898 11485 8900 16443 12595 4716 9250 3794  
2652 17397 7179 12576 17951 5482 13960 14117 18708 17122 17108 5040 4783 17497 4669 1012 3771 13643 13160 10568 15516 7722 14207 14912 5084  
16540 717 15830 4398 16925 8771 9460 17963 19332 1021 10607 16214 13792 18918 11227 12907 8725 3154 2678 9767 4230 2973 1627 16806 19898 17294  
2702 6731 1951 4059 11241 15664 14555 9260 4563 18878 10485 18310 15011 86 19121 3484 9570 9628 16414 6179 4208 10946 3054 17005 6082 3618 1634  
13930 10706 10133 15492 7256 14268 4024 1892 8304 3376 8008 16544 6003 14554 18539 10113 9067 10945 4395 16599 12024 10167 2609 7328 17040  
18230 10874 8567 8883 15380 5007 9220 3241 12733 15924 17662 6692 5451 4963 3792 168 12430 252 2250 3393 14757 18719 14787 5335 7804 10730 14313  
6959 17411 9410 5208 16340 4388 12417 11385 19724 4243 9364 13824 1867 1683 2767 4338 17309 18103 6145 8607 2599 19751 9339 7794 15561 10917  
19480 3258 8498 987 17985 13230 14749 2075 18245 15417 4729 5967 3993 4713 574 17439 18060 2253 4773 4577 11691 16200 14386 19096 5787 2685  
12477 4739 18418 4033 1865 5962 11130 12014 11491 8009 4069 1453 1562 16268 1866 14247 5194 3487 870 5528 9978 1967 8938 18522 882 17061 8767  
4713 19821 5042 10437 2161 17543 13740 16013 13474 11542 15316 10487 7550 3499 3892 11103 2533 17838 3779 7722 9772 17068 5767 4722 4848 2140  
13657 7048 3638 8159 19948 3867 6206 5483 10436 9221 2643 8169 3734 335 13807 8789 2992 13707 10930 1511 13077 15167 15844 10047 6369 13414  
12158 4774 14290 4631 14445 1946 10049 18772 7195 14013 4126 15057 11446 8540 11891 6360 9582 15554 19508 14919 9089 14976 10698 3033 16965  
13008 18007 15479 4985 5314 6416 11443 14482 13539 8437 10604 15752 15775 6576 18303 16740 15489 5009 11287 2353 18698 13751 14630 5326 2093  
13770 12268 10480 19033 18282 17651 16 16219 755 16342 19026 19626 19949 8730 3576 6005 7606 6246 18321 5706 6357 19284 9446 8009 4389 19516  
7121 6646 1769 18126 6251 6289 14343 9025 8410 15583 1532 6734 5911 19428 14589 4828 471 9792 9687 15328 9062 16761 15123 19563 16869 4956 13076  
17223 19071 16296 17889 15079 16661 14989 14408 15715 16326 16465 6069 8953 1316 11978 971 11114 19222 18339 7860 6524 3850 9188 12103 12034  
12215 13826 15442 18323 17936 6019 12695 9263 11521 19401 10362 11835 10516 892 18774 19065 4293 12459 5857 4533 7659 8412 7880 10998 13782 120  
11951 3986 6945 5500 11297 6245 10964 2994 8129 13547 5345 2611 10433 14660 6106 2608 19671 8417 17419 19274 10144 4551 18828 6381 496 14011  
2519 19420 662 7535 9274 18147 19440 14815 5344 2639 16842 10551 6071 1757 17295 2073 1241 7069 16915 11194 3490 3700 14322 3765 427 10975 13600  
9137 17770 11338 9466 18065 13951 7426 16219 9748 9039 9361 8684 1471 4543 10719 1172 9749 14267 14311 9610 15024 4517 18504 9997 10358 16953  
4730 16143 9977 9752 5866 7233 1347 1000 18504 17984 13390 15390 2700 6004 3026 129 10956 5943 10744 15431 3785 14849 12951 2234 14308 16434  
6060 4816 14507 213 6943 15882 6860 11374 14635 19389 2055 15750 7534 10616 6432 3259 6556 6006 13898 10614 11435 6320 18175 4359 16749 18175  
6822 8803 3925 12718 9773 19098 15039 901 402 7731 9569 7745 19556 2802 6778 3006 10098 7715 14926 19115 2174 13434 19655 846 5392 5645 7507  
6882 10518 17702 12467 8300 9741 6886 4425 19415 5269 12097 1663 415 4172 18171 2603 677 11683 14567 2551 13163 16726 7853 12708 12340 1808 7633  
6338 14372 4036 2321 3724 3792 13939 13458 11895 8020 11078 2176 3529 3368 15476 7303 14410 4117 7151 6684 10681 10776 5404 8901 6874 2679 12904  
8099 2707 9049 8768 5134 2739 12645 1482 19393 606 6170 4233 15075 3017 1483 7492 14492 3583 10283 6464 16249 13927 7974 14083 18160 16966 2843  
17898 13773 13179 11551 5517 2118 3195 7015 10098 17916 12225 2707 18967 13203 2448 8635 878 4343 1963 18743 12107 13447 18220 9591 10057 9016  
18331 7868 558 1142 13948 9959 1145 16070 13966 16613 7156 15237 14748 12602 17664 5752 13490 5119 7165 19577 12041 16292 10445 5457 15865 7100  
8161 13185 9355 18608 9667 8933 12247 16235 15919 11082 10925 10138 2436 2437 14810 14881 14485 6033 5785 19219 1627 341 9389 10263 16580 427  
2564 6843 3983 2656 3579 14916 9956 6591 11128 6933 4556 3984 19728 11846 14433 17270 430 10876 14921 16219 19649 1044 16486 18536 16928 2419  
14634 3708 10884 18943 10988 2095 9855 11301 17723 5881 1016 9443 2808 18763 19195 16473 6504 15425 11979 6505 8672 5467 3064 16702 14165 18301  
19899 15132 14373 4590 19457 15746 1089 3227 1896 8628 16370 5950 16970 3899 17863 9599 19078 10575 17928 4613 18945 4191 10115 16243 6689  
13853 18885 19873 3147 19370 2765 5499 13514 3677 14868 3337 2566 16499 8254 16307 2989 8211 9469 13531 9133 3225 11406 18707 7943 5421 11449  
16057 16470 6995 4056 1485 18964 1013 19916 15375 16501 17401 19973 16538 253 16509 454 11931 12995 4177 19226 4143 17332 17154 1495 5756 17597  
9040 6886 142 196 610 16534 1989 13098 18524 18674 3598 2031 6775 14395 3207 14354 11580 13484 489 2770 13189 14380 13472 10493 6834 10170 12540  
7058 8789 2124 597 3755 17966 6520 7882

# Resenje:

▣ 223 646 898 1012 1021 1627 1634 1892  
2609 3241 3792 4243 4338 4713 4713 4722  
4848 4985 5314 5326 6005 6246 6357 6646  
6734 7860 7880 8129 8417 9274 9466 9748  
9749 9997 10358 10956 11374 11435 12467  
12708 12904 13179 13203 13447 13948  
13966 14748 14810 14881 14916 14921  
15425 15746 16243 16307 16470 16501  
16538 17332 17597 18524 18674

# KAKO?!?!

1. Ispitivanjem svih mogucih podnizova i pamcenje najduzeg neopadajuceg

Moze ali ne

2. Dinamickim programiranjem

DA



# Dinamicko resenje 1/4

Pretpostavimo da pored niza "a" imamo niz "b".

Sta je niz "b"?

i-ti clan niza "b" predstavlja duzinu najduzeg neopadajuceg podniza koji krece od i-te pozicije.  
(???)

# Dinamicko resenje 2/4

Sta je niz "b"?

a = 6 4 1 3 2 5 8

b = 2 3 4 3 3 2 1

Ako bi se krenulo od prvog clana niza, tj od 6, duzina najduzeg neopadajuceg podniza bi bila 2 tj, 5 8. Resenje problema se nalazi u maksimumu niza "b". To je u ovom slucaju 4 tj. pozicija 3 sto nam govori da ako uzmemo treci clan niza "a" za pocetni clan podniza, dobicemo najduzi neopadajuci podniz.

# Dinamicko resenje 3/4

Kako doci do niza “b”?

Sta je uvek ispunjeno za niz “b”?

$$b[n]=1$$

Kako dobiti ostale clanove?

1, ako ne postoji  $j, j > i$  takvo da  $a[j] > a[i]$   
 $b[i] = b[j] + 1$ , ako vazi da je  $b[j]$  maksimalni  $b[j]$  gde  
je zadovoljeno da je  $a[j] \geq a[i]$  i  $j > i$ .

# Dinamicko resenje 4/4

Kako doći do niza "b"?

```
b[n] := 1
```

```
for i:=n-1 ,0 , i--
```

```
    b[i] := 1
```

```
    for j:=i+1 ,n
```

```
        if( (a[i] <=a [j]) && ( b[i] < b[j]+1 ) )
```

```
            b[i]=b[j]+1
```

# Rekonstrukcija puta

- ▣ Sada kada znamo koje je duzine najduzi neopadajuci podniz i kada znamo gde pocinje mozemo lako rekonstruisati put...

# Rekonstrukcija puta

max := 1

k := 1

for i=1, n

if  $b[i] > \text{max}$

max := b[i]

k := i

# Rekonstrukcija puta

$c[1] := a[k]$

$br := \max - 1$

$zad := a[k]$

$poz := k$

$pos := 1$

while  $pos < \max$

$poz := poz + 1$

    if (  $a[poz] \geq zad$  ) && (  $b[poz] = br$  )

$pos := pos + 1$

$c[pos] := a[poz]$

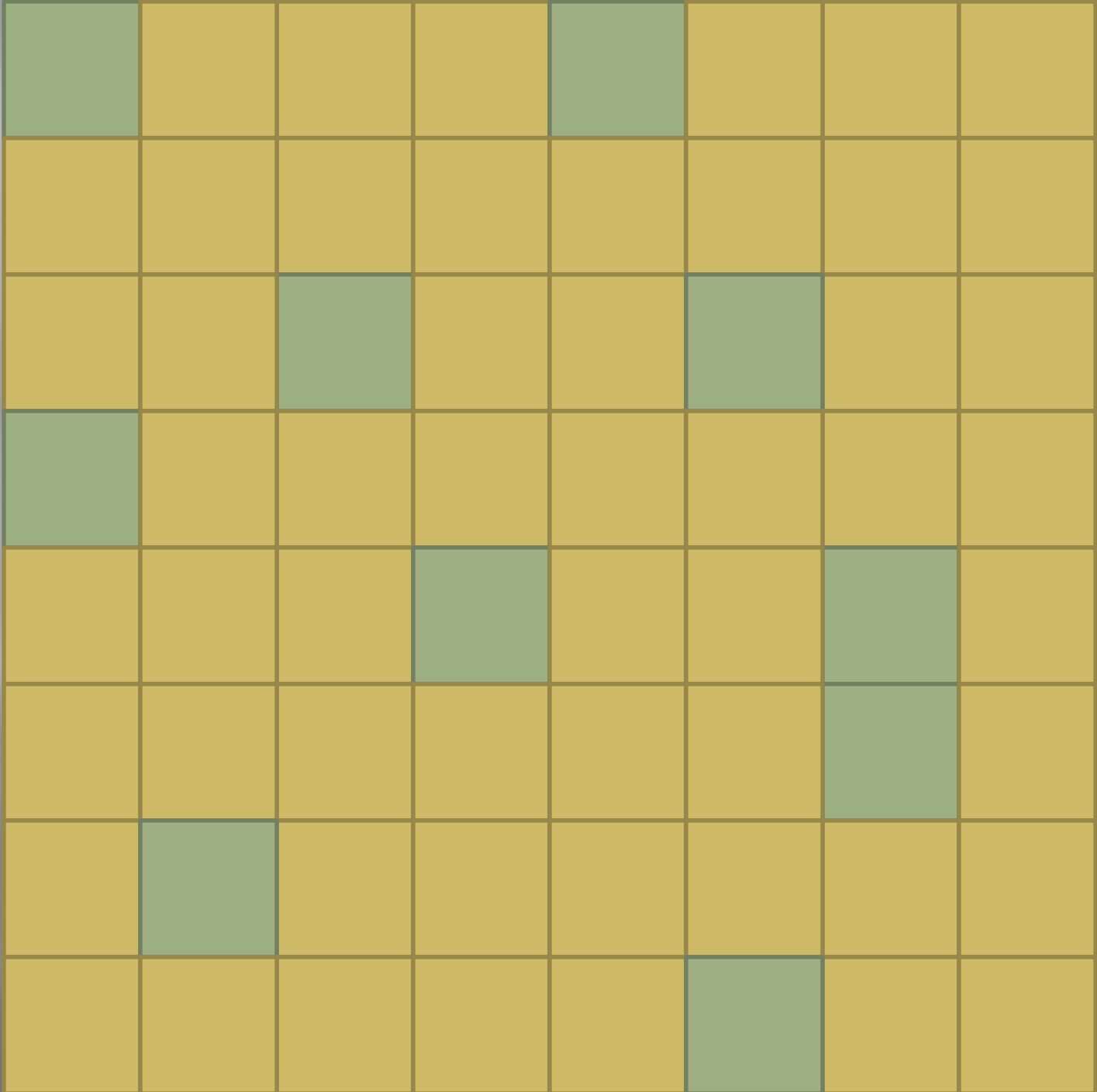
$br := br - 1$

$zad := c[pos]$

# Problem 2. Bogatas

Šumadija, nekada prebogata šumama, danas se više time ne može ponositi. Zbog zaštite životne sredine pokušava se na svaki način spreciti nesavesna seca drveca. Lokalni, novopeceni bogataš, kupio je poveliko kvadratno parce zemlje, na njemu želi da izgradi što je vece mogucu kucu i to tako da i njena osnova bude kvadratnog oblika sa stranama paralelnim stranama placa. Mapa imanja je sastavljena iz kvadratica dimenzija  $1 \times 1$ . Jedno drvo zauzima tacno jedan takav kvadratic. Pošto je imanje veliko, vrlo je teško naci najveći kvadrat sa stranama paralelnim stranama placa na kome nema drveca. Vaš zadatak je da za zadatu mapu imanja na kojoj se nalaze pozicije drveca, nadjete kvadrat cija je strana najduža na kome nema stabala. Dužina strane je broj kvadratica  $1 \times 1$  duž njegove strane.















0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	2	2	1	1	2	2
1	2	0	1	2	0	1	2
0	1	1	1	2	1	1	2
1	1	2	0	1	2	0	1
1	2	2	1	1	2	0	1
1							
1							

0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	2	2	1	1	2	2
1	2	0	1	2	0	1	2
0	1	1	1	2	1	1	2
1	1	2	0	1	2	0	1
1	2	2	1	1	2	0	1
1	0	1	2	2	2	1	1
1	1						



0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	2	2	1	1	2	2
1	2	0	1	2	0	1	2
0	1	1	1	2	1	1	2
1	1	2	0	1	2	0	1
1	2	2	1	1	2	0	1
1	0	1	2	2	2	1	1
1	1	1					

0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	2	2	1	1	2	2
1	2	0	1	2	0	1	2
0	1	1	1	2	1	1	2
1	1	2	0	1	2	0	1
1	2	2	1	1	2	0	1
1	0	1	2	2	2	1	1
1	1	1	2				

0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	2	2	1	1	2	2
1	2	0	1	2	0	1	2
0	1	1	1	2	1	1	2
1	1	2	0	1	2	0	1
1	2	2	1	1	2	0	1
1	0	1	2	2	2	1	1
1	1	1	2	3			

0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	2	2	1	1	2	2
1	2	0	1	2	0	1	2
0	1	1	1	2	1	1	2
1	1	2	0	1	2	0	1
1	2	2	1	1	2	0	1
1	0	1	2	2	2	1	1
1	1	1	2	3	0	1	2

0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	2	2	1	1	2	2
1	2	0	1	2	0	1	2
0	1	1	1	2	1	1	2
1	1	2	0	1	2	0	1
1	2	2	1	1	2	0	1
1	0	1	2	2	2	1	1
1	1	1	2	3	0	1	2

# Kod

```
for i=2, n
```

```
  for j=2, n
```

```
    if a[i][j] > 0
```

```
      a[i][j] := min(a[i-1][j], a[i][j-1], a[i-1][j-1])+1
```

Q/A

Hvala



# DINAMICKO PROGRAMIRANJE

Stefan Nikolic  
kgstefan88@gmail.com