

## ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИНФОРМАТИКЕ 1

### - Функције, релације, индукција – - задаци за вежбу -

1. Нека је функција  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  дефинисана на следећи начин:

$$a) f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$b) f(x) = \frac{3}{1+|x|} .$$

Одредити која од својстава  $1-1$  и  $na$  има дата функција.

2. Нека је функција  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  дефинисана на следећи начин:  $f(x)$  = збир цифара броја  $x$ . Одредити вредности  $f(f(55))$ ,  $f(f(f(100)))$  и испитати да ли је дата функција  $na$  и  $1-1$  функција.

3. Нека су дате функције  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 1$ ,  $g(x) = |x|$ . Одредити следеће композиције:  $g \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ f$ ,  $g^2$ ,  $g^3$ ,  $f \circ g^3$ .

4. Одредити сва пресликавања скупа  $\{a, b, c\}$  у скуп  $\{1, 2\}$ . Испитати која од својстава  $1-1$  и  $na$  има свако од датих пресликавања.

5. Нека је  $\rho = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (4, 4), (4, 5)\}$  релација скупа  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Допунити дату релацију до минималне:

- a) релације еквиваленције
- b) релације поретка
- v) транзитивне релације

6. Доказати да су следеће релације релације еквиваленције и одредити класе еквиваленције:

a)  $\equiv (\text{mod } m)$  у скупу  $\mathbf{Z}$

b)  $x \sim y$  акко  $x + \frac{1}{x} = y + \frac{1}{y}$  у скупу  $\mathbf{R} \setminus \{0\}$

v)  $(a, b) \sim (c, d)$  акко  $a + d = b + c$  у скупу  $\mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$

z)  $(a, b) \sim (c, d)$  акко  $ad = bc$  у скупу  $\mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \setminus \{0\}$

7. Математичком индукцијом доказати да за сваки природан број  $n$  важе следећа тврђења:

$$a) 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$$b) 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$v) 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$z) 2^n > n$$