Prvi kolokvijum iz Linearne algebre i polinoma

30.3.2010.

I grupa

1. Ispitati da li su podskupovi $U = \{(a,b,c,d)|a+b=c+d\}$ i $V = \{(a,b,c,d)|a+b=1\}$ i potprostori prostora $R^4$ (dati dokaz ili kontraprimer). Za svaki koji jeste odrediti jednu bazu, a zatim je proširiti do baze prostora $R^4$.

2. Ispitati da li su preslikavanja $f : R^3 \to R^3, f(x,y,z) = (y-z, z, 0)$ i $g : R^3 \to R^3, g(x,y,z) = (|x|, -z, 0)$ linearna (dati dokaz ili kontraprimer). Za svako koje jeste odrediti jezgro i sliku.

3. Neka su $x, y$ i $z$ linearno nezavisni vektori realnog vektorskog prostora $V$.

(i) Ispitati linearnu zavisnost skupa vektora $\{x+y-3z,\ x+3y-z,\ y+z\}$.

(ii) Odrediti za koje $\lambda \in R$ je skup vektori $\{x+y,\ x-y-2z,\ x+\lambda y+z\}$ linearno nezavisan.

4. Ako su $W_1 = L\{1-x-x^2,\ -3+2x+x^2\}$ i $W_2 = L\{3-x^2,\ 1,\ 7+3x^2\}$ potprostori vektorskog prostora $R_2[x]$ odrediti po jednu bazu i dimenziju potprostora $W_1+W_2$ i $W_1 \cap W_2$.

5. Neka su $W_1$ i $W_2$ potprostori vektorskog prostora $V$. Tada $V = W_1 \oplus W_2$ ako i samo ako se svaki vektor $x \in V$ može na jedinstven način predstaviti u obliku $x = y+z$, gde je $y \in W_1$ i $z \in W_2$. Dokazati.

**Drugi kolokvijum iz Linearne algebre i polinoma**

I grupa

1. Odrediti najveći zajednički delilac realnih polinoma $x^5+x^4-x^3-3x^2-3x-1$ i $x^4-2x^3-x^2-2x+1$.

2. Dat je polinom $p = x^4-3x^3-6x^2+ax+b \in R[x]$.

(a) Odrediti $a, b \in R$ tako da polinom $p$ ima trostruku nulu.

(b) Za dobijeno $a$ i $b$ odrediti preostalu nulu polinoma.

3. Rešiti nad poljem kompleksnih brojeva sistem jednačina

$$\begin{aligned} x_1+x_2+x_3 &= 2\\ x_1^2+x_2^2+x_3^2 &= 14\\ x_1^3+x_2^3+x_3^3 &= 20 \end{aligned}$$