

## Prvi kolokvijum iz ALGEBARSKIH STRUKTURA

7.5.2011.

## I grupa

1. Neka je  $a$  generator ciklične grupe  $C_{20}$ .
  - (a) Odrediti sve generatore grupe  $C_{20}$ , kao i redove elemenata  $a^4$ ,  $a^8$  i  $a^6$ .
  - (b) Odrediti sve prave podgrupe grupe  $C_{20}$ .
  - (c) Da li postoji endomorfizam grupe  $C_{20}$  za koji je  $f(a^6) = a^5$ ? Obrazložiti.
  - (d) Odrediti red grupe  $Aut(C_{20})$ .
  - (e) Za podgrupu  $H = \langle a^4 \rangle$  odrediti faktor grupu  $C_{20}/H$  (ako postoji).
2. Na skupu  $G = Q \times Q_0$  ( $Q_0 = Q \setminus \{0\}$ ) data je operacija  $*$  sa

$$(m, n) * (a, b) = (m + n + na, nb).$$

- (a) Dokazati da je  $(G, *)$  grupa. Da li je grupa  $G$  Abelova?
- (b) Ispitati da li su  $H = \{(m, -1) | m \in Q\}$  i  $K = \{(-1, n) | n \in Q_0\}$  podgrupe grupe  $G$ .
- (c) Ispitati da li su preslikavanja  $f, g : G \rightarrow G$  data sa  $f(m, n) = (-1, n)$  i  $g(m, n) = (m, 1)$  homomorfizmi.

## Prvi kolokvijum iz ALGEBARSKIH STRUKTURA

7.5.2011.

## II grupa

1. Neka je  $a$  generator ciklične grupe  $C_{24}$ .
  - (a) Odrediti sve generatore grupe  $C_{24}$ , kao i redove elemenata  $a^4$ ,  $a^3$  i  $a^{12}$ .
  - (b) Odrediti sve prave podgrupe grupe  $C_{24}$ .
  - (c) Da li postoji endomorfizam grupe  $C_{24}$  za koji je  $f(a^6) = a^8$ ? Obrazložiti.
  - (d) Odrediti red grupe  $Aut(C_{24})$ . Obrazložiti odgovor.
  - (e) Za podgrupu  $H = \langle a^4 \rangle$  odrediti faktor grupu  $C_{24}/H$  (ako postoji).
2. Na skupu  $G = R_0 \times R$  ( $R_0 = R \setminus \{0\}$ ) data je operacija  $*$  sa

$$(a, b) * (x, y) = (ax, a^2y + b).$$

- (a) Dokazati da je  $(G, *)$  grupa. Da li je grupa  $G$  Abelova?
- (b) Ispitati da li su  $H = \{(a, 0) | a \in R_0\}$  i  $K = \{(1, b) | b \in R\}$  podgrupe grupe  $G$ .
- (c) Ispitati da li su preslikavanja  $f, g : G \rightarrow G$  data sa  $f(a, b) = (1, b)$  i  $g(a, b) = (a, 0)$  homomorfizmi.