Prvi kolokvijum iz Linearne algebre i polinoma 13.5.2011.

I grupa

1. Neka je $A = \begin{bmatrix} -1 & \lambda & -2 & 0 \\ 0 & \lambda - 1 & -1 & 0 \\ \lambda & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2\lambda & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

   (a) [3 boda] U zavisnosti od parametra λ odrediti rang matrice.

   (b) [3 boda] Za $\lambda = 1$ odrediti A^{-1}.

2. [3 boda] Dat je polinom $p = x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 12x + 36$. Naći sve kompleksne korene polinoma p.

3. [4 boda] Izračunati determinantu (reda n)

$$\begin{vmatrix} 7 & 6 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 6 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 7 \end{vmatrix}$$

4. Neka je

   $U = \mathcal{L}\{((1,2,0,-1),(2,3,-1,-3),(3,4,1,-5),(0,1,0,1)\}$, $V = \mathcal{L}\{(2,3,2,1),(1,2,1,1),(3,4,3,1)\}$.

   (a) [5 bodova] Odrediti po jednu bazu i dimenziju prostora U, V, $U+V$, $U \cap V$.

   (b) [1 bod] Dopuniti bazu prostora V do baze prostora R^4.

5. [4 boda] U zavisnosti od realnog parametra λ ispitati linearnu nezavisnost skupa vektora $\{p_1, p_2, p_3\}$ prostora $R_2[x]$, ako je

   $p_1 = 1 + x + x^2$, $p_2 = 2 + (1+\lambda)x + (4-3\lambda)x^2$, $p_3 = 1 + \lambda x + (\lambda+3)x^2$.