

ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИНФОРМАТИКЕ  
 I КОЛОКВИЈУМ  
 21. 11. 2007.

Име и презиме: \_\_\_\_\_ Број индекса: \_\_\_\_\_

Укупан број поена: \_\_\_\_\_

I група

1. а) Одредите све елементе следећег скупа. [2 поена]

$$\wp(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) \cap \wp(\{\emptyset\}) = \{ \rule{15cm}{0.4pt} \}.$$

б) Одредите композиције датих функција.

$$61) f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{a, b, c, d\}, g: \{a, b, c, d\} \rightarrow \{5, 6, 7, 8\}, f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ a & b & b & d \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 7 & 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

Одговор [1 поен].  $g \circ f = \begin{pmatrix} \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} \end{pmatrix}.$

$$62) f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = x^2 + 1, g(x) = 1 + x, x \in \mathbb{N}.$$

Одговор [1 поен].  $f \circ g(x) = \rule{2cm}{0.4pt}, x \in \mathbb{N}.$

в) На скупу природних бројева  $\mathbb{N}$  дефинисана је бинарна релација  $\rho$  на следећи начин:

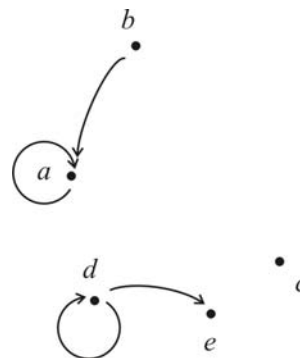
$m \rho n$  акко " $m+n$  је паран број".

Заокружи тачан одговор на свако од следећа четири питања.

- |  |    |    |             |
|--|----|----|-------------|
| 1. Да ли је релација $\rho$ је рефлексивна?    | ДА | НЕ | [1/2 поена] |
| 2. Да ли је релација $\rho$ је симетрична?     | ДА | НЕ | [1/2 поена] |
| 3. Да ли је релација $\rho$ је антисиметрична? | ДА | НЕ | [1/2 поена] |
| 4. Да ли је релација $\rho$ је транзитивна?    | ДА | НЕ | [1/2 поена] |

г) Најмањим бројем стрелица допунити дати граф (приказан на слици десно) тако да он буде граф релације еквиваленције на скупу  $\{a, b, c, d, e\}$ .

Класе еквиваленције добијене релације еквиваленције су следећи скупови :



\_\_\_\_\_

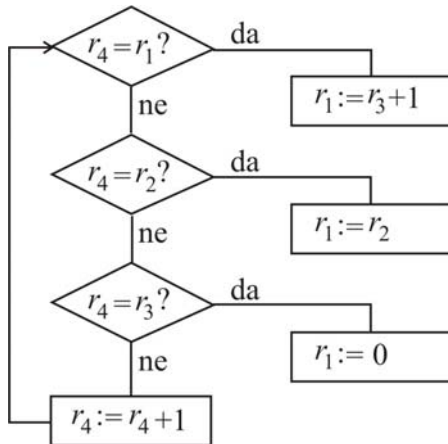
\_\_\_\_\_

[1 поен]

[1 поен]

2. а) Написати програм **F** коме одговара дата блок-шема.

Програм **F** [2 поена]:



**б)** Одредити садржај регистра  $R_1$  у завршној конфигурацији при израчунавању на идеалном рачунару по програму **F** за дате почетне конфигурације. Уколико се одговарајуће израчунавање не завршава на месту предвиђено за одговор уписати знак  $\times$ .

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	...
2	3	1	0	0	0

Одговор[1/2 поена]: Садржај регистра  $R_1$  је \_\_\_\_.

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	...
3	1	2	0	0	0

Одговор[1/2 поена]: Садржај регистра  $R_1$  је \_\_\_\_.

**в)** Навести, уколико постоји, бар једну почетну конфигурацију за коју се израчунавање на идеалном рачунару по програму **F** не завршава. Уколико не постоји оваква почетна конфигурација у празна поља табеле уписати знак  $\times$ .

Одговор[1 поен]:

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	...

**г)** Нека је  $f$  функција која тројци природних бројева  $(x,y,z)$  додељује природан број који је садржај регистра  $R_1$  у завршној конфигурацији израчунавања по програму **F** на идеалном рачунару при почетној конфигурацији  $(x,y,z,0,0,0,\dots)$ . Нека је функција  $h$  дефинисана једнакостима,  $h(x,0)=x$ ,  $h(x,y+1)=f(x,y,h(x,y))$ .

**г1)** Одредити  $h(3,2)$

Одговор[1 поен]:  $h(3,2)=$ \_\_\_\_\_.

**г2)** Написати програм **H** за израчунавање вредности функције  $h$  на идеалном рачунару.

Програм **H** [3 поена]

ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИНФОРМАТИКЕ  
 I КОЛОКВИЈУМ  
 21. 11. 2007.

Име и презиме: \_\_\_\_\_ Број индекса: \_\_\_\_\_

Укупан број поена: \_\_\_\_\_

II група

1. а) Одредите све елементе следећег скупа. [2 поена]

$$\wp(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) \setminus \wp(\emptyset) = \{ \rule{15cm}{0.4pt} \}.$$

б) Одредите композиције датих функција.

61)  $f: \{a, b, c, d\} \rightarrow \{5, 6, 7, 8\}, g: \{5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}, f = \begin{pmatrix} abcd \\ 7576 \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 5678 \\ 2342 \end{pmatrix}.$

Одговор [1 поен].  $f \circ g = \begin{pmatrix} \rule{1cm}{0.4pt} \\ \rule{1cm}{0.4pt} \end{pmatrix}.$

62)  $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}, g: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}, f(x) = 1 - x, g(x) = 1 - x^2, x \in \mathbf{N}.$

Одговор [1 поен].  $f \circ g(x) = \rule{2cm}{0.4pt}, x \in \mathbf{N}.$

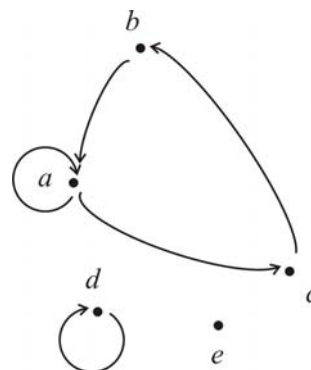
в) На партитивном скупу скупа природних бројева  $\wp(\mathbf{N})$  дефинисана је бинарна релација  $\rho$  на следећи начин:  
 $A \rho B$  акко " $A \cap B = \emptyset$ ".

Заокружи тачан одговор на свако од следећа четири питања.

- |  |    |    |             |
|--|----|----|-------------|
| 5. Да ли је релација $\rho$ је рефлексивна?    | ДА | НЕ | [1/2 поена] |
| 6. Да ли је релација $\rho$ је симетрична?     | ДА | НЕ | [1/2 поена] |
| 7. Да ли је релација $\rho$ је антисиметрична? | ДА | НЕ | [1/2 поена] |
| 8. Да ли је релација $\rho$ је транзитивна?    | ДА | НЕ | [1/2 поена] |

г) Најмањим бројем стрелица допунити дати граф (приказан на слици десно) тако да он буде граф релације еквиваленције на скупу  $\{a, b, c, d, e\}$ .

Класе еквиваленције добијене релације еквиваленције су следећи скупови :



\_\_\_\_\_

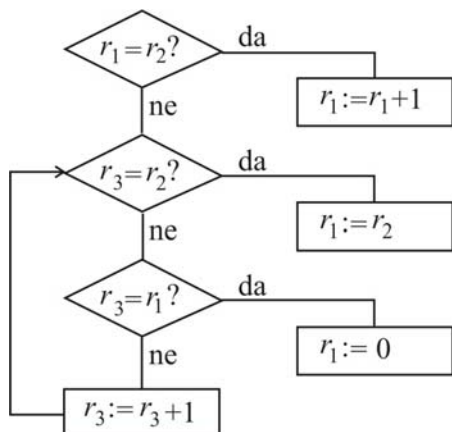
\_\_\_\_\_

[1 поен]

[1 поен]

2. а) Написати програм **F** коме одговара дата блок-шема.

Програм **F** [2 поена]:



б) Одредити садржај регистра  $R_1$  у завршној конфигурацији при израчунавању на идеалном рачунару по програму **F** за дате почетне конфигурације. Уколико се одговарајуће израчунавање не завршава на месту предвиђено за одговор уписати знак  $\times$ .

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	...
3	2	0	0	0	0

Одговор[1/2 поена]: Садржај регистра  $R_1$  је \_\_\_\_.

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	...
3	3	0	0	0	0

Одговор[1/2 поена]: Садржај регистра  $R_1$  је \_\_\_\_.

в) Навести, уколико постоји, бар једну почетну конфигурацију за коју се израчунавање на идеалном рачунару по програму **F** не завршава. Уколико не постоји оваква почетна конфигурација у празна поља табеле уписати знак  $\times$ .

Одговор[1 поен]:

$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	...

г) Нека је  $f$  функција која тројци природних бројева  $(x,y)$  додељује природан број који је садржај регистра  $R_1$  у завршној конфигурацији израчунавања по програму **F** на идеалном рачунару при почетној конфигурацији  $(x,y,0,0,0,\dots)$ . Нека је функција  $h$  дефинисана са  $h(x)=\mu$  у  $(f(x,y)=0)$ .

г1) Одредити  $h(3)$

Одговор[1 поен]:  $h(3)=$ \_\_\_\_\_.

г2) Написати програм **H** за израчунавање вредности функције  $h$  на идеалном рачунару.

Програм **H** [3 поена]