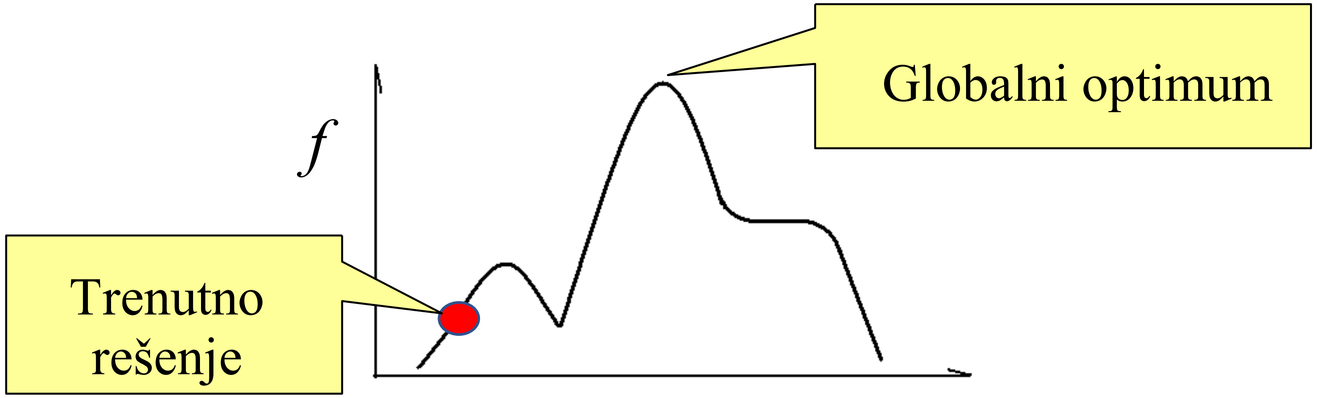
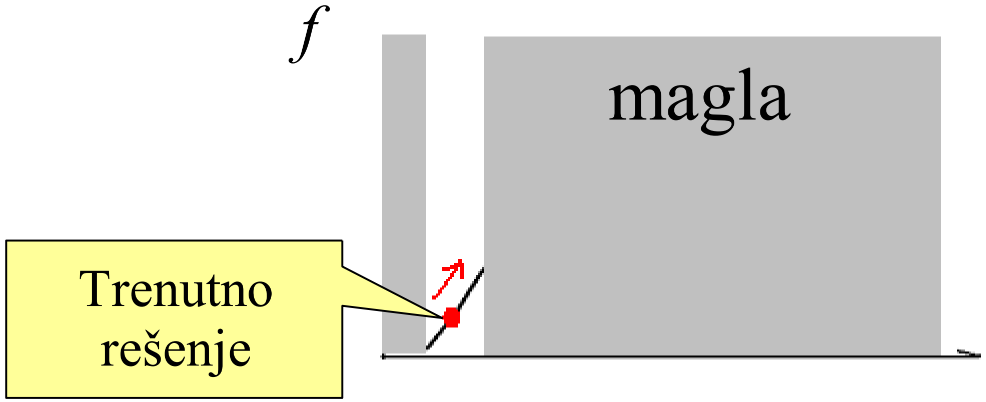
Pretraživanje sa usponom (Hill-climbing search)

- “Petlja kojom se stalno pomeramo u smeru povećanja vrednosti ciljne funkcije”
  - Završava se kada se dostigne vrh – gde nema suseda sa većim vrednostima
  - Gramziva lokalna pretraga

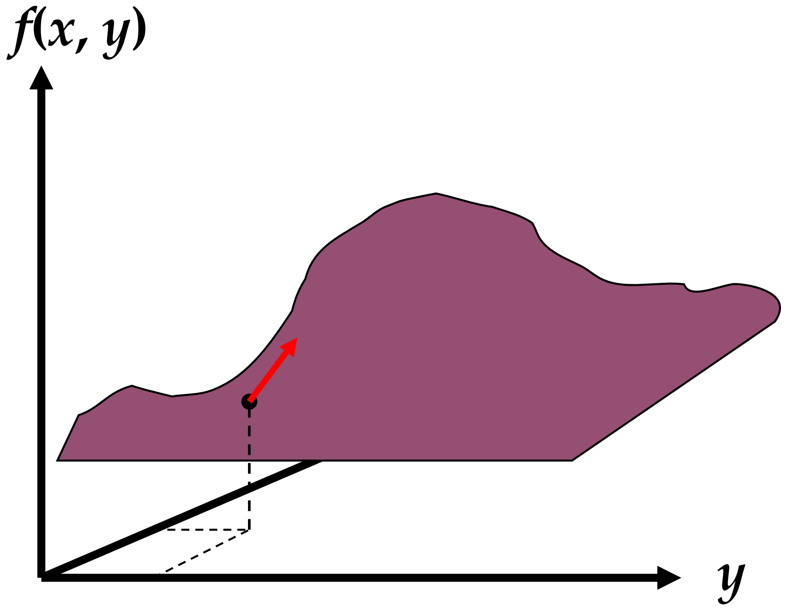
```
Algoritam Hill-Climbing

s //pocetni kandidat za resenje
loop
    neighbour:=sused(s) sa najboljom vrednoscu ciljne funkcije f
    if f(neighbour) <= f(s) then return s
    s:=neighbour
```

Pretraživanje sa usponom (Hill-climbing search)

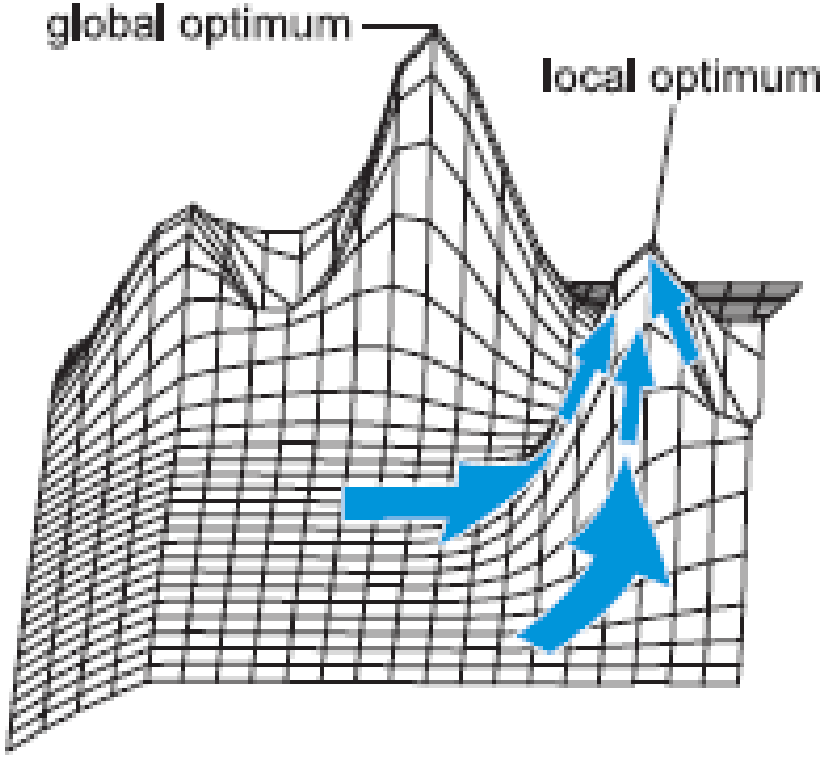




Pretraživanje sa usponom (Hill-climbing search)

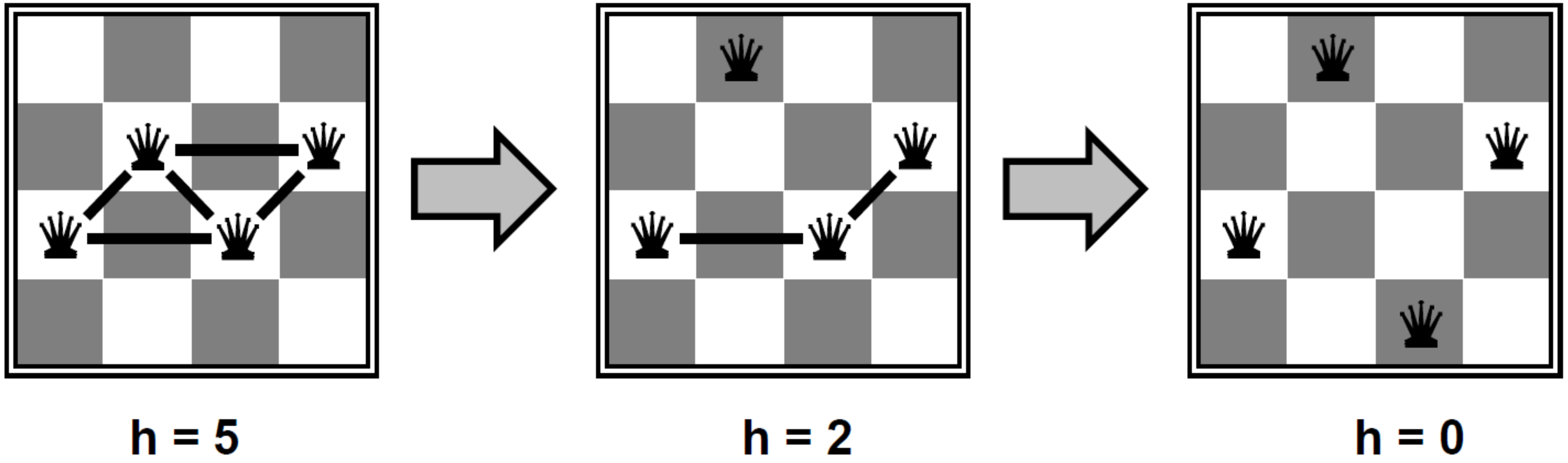


Pretraživanje sa usponom (Hill-climbing search)



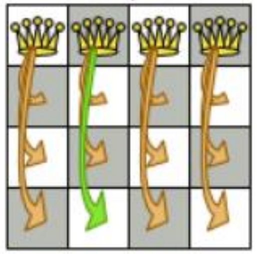
Primer – Problem 8 kraljica

- Formulacija rešenja
  - Bilo koja konfiguracija 8 kraljica na tabli tako da svaka bude u po jednoj koloni.
- Ciljna funkcija:
  - Broj parova kraljica koje se međusobno napadaju.
  - Minimizacija
- Promena rešenja:
  - Pomeranje jedne kraljice u jedno koloni za jedno mesto.

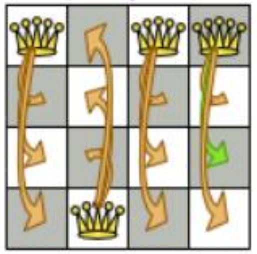


Selected moves for each step

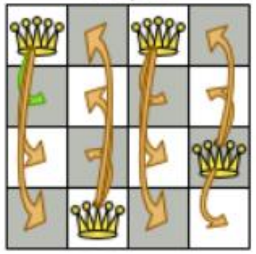
Step 0



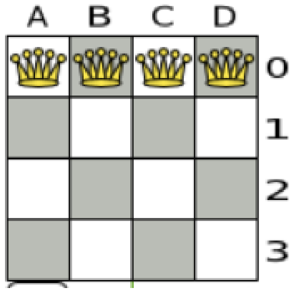
Step 1



Step 2



⋮



Local search: Hill climbing

N queens (n = 4)

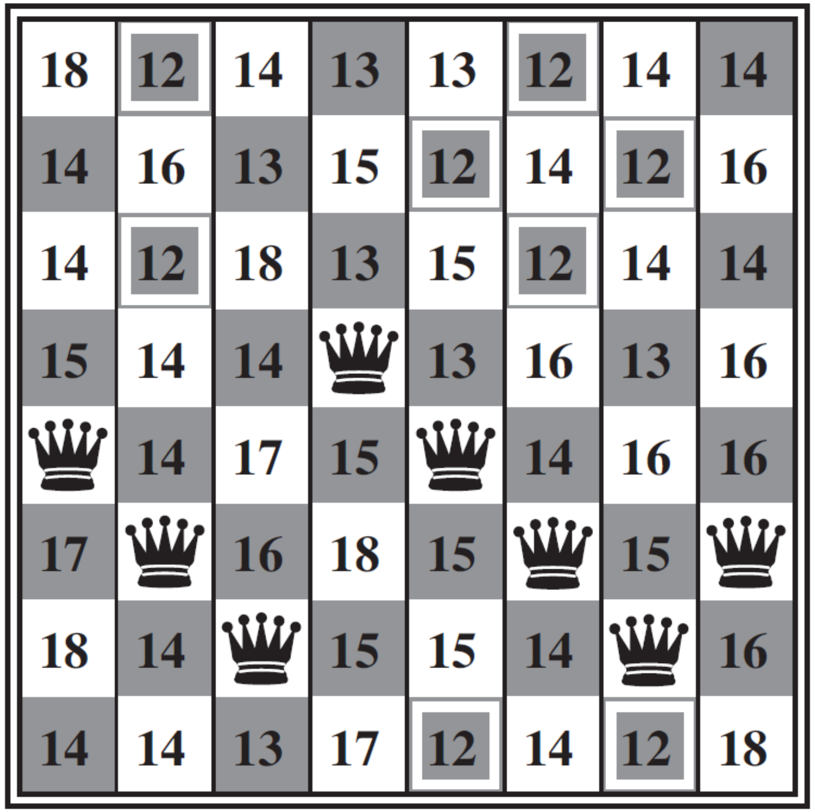
Local search: Hill climbing

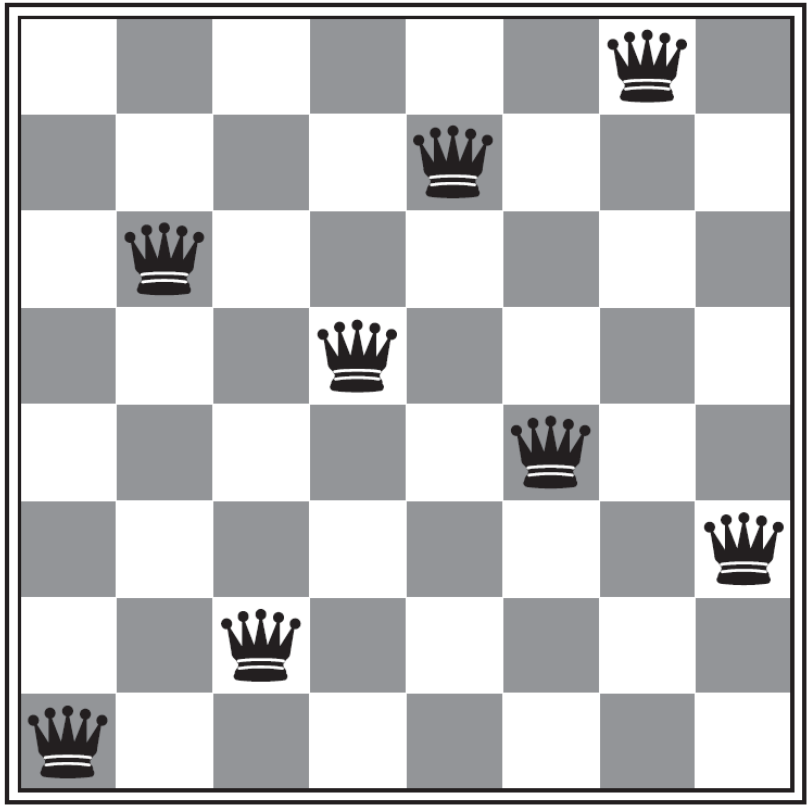
N queens (n = 4)

Local search: Hill climbing

N queens (n = 4)

Primer - 8 kraljica



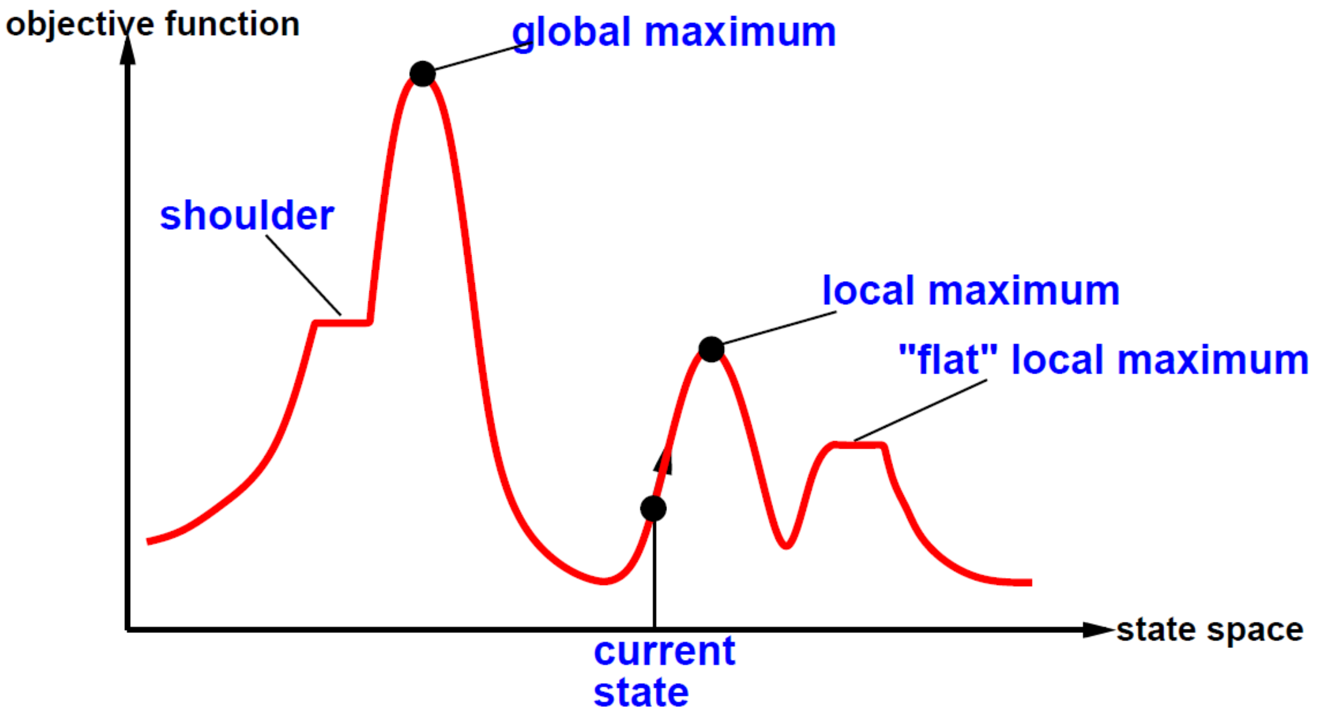


- Current state: F=17
- Shown is the F-value for each possible successor in each column

- Current state: F=1
- Only 5 steps after the state shown at the left figure

Reljef prostora pretrage
Problematične tačke za Hill Climbing

- Lokalni maksimum
- Grebeni
- Platoi



Performance of hill-climbing on 8-queens

- Randomly generated 8-queens starting states…
- 14% the time it solves the problem
- 86% of the time it get stuck at a local minimum

- However…
  - Takes only 4 steps on average when it succeeds
  - And 3 on average when it gets stuck
  - (for a state space with ~17 million states)

Possible solution…sideways moves

- If no downhill (uphill) moves, allow sideways moves in hope that algorithm can escape
  - Need to place a limit on the possible number of sideways moves to avoid infinite loops

- For 8-queens
  - Now allow sideways moves with a limit of 100
  - Raises percentage of problem instances solved from 14 to 94%

  - However….
    - 21 steps for every successful solution
    - 64 for each failure

Hill-climbing variations

- Stochastic hill-climbing
  - Random selection among the uphill moves.
  - The selection probability can vary with the steepness of the uphill move.
- First-choice hill-climbing
  - stochastic hill climbing by generating successors randomly until a better one is found
  - Useful when there are a very large number of successors
- Random-restart hill-climbing
  - Tries to avoid getting stuck in local maxima.

Hill-climbing with random restarts

- Different variations
  - For each restart: run until termination v. run for a fixed time
  - Run a fixed number of restarts or run indefinitely

- Analysis
  - Say each search has probability p of success
    - E.g., for 8-queens, p = 0.14 with no sideways moves

  - Expected number of restarts?

  7*0,14~1

  - Expected number of steps taken?

    3 koraka kada ne uspeva, i 4 kada uspeva

Simulirano kaljenje - Simulated Annealing

- Inspiracija za razvoj algoritma simuliranog kaljenja je postupak kaljenja metala koji se koristi u metalurgiji i kojim se postižu bolja mehanička svojstva metala.

- Metal se zagreva do kritične temperature koja se neko vreme održava i potom postupno hladi.

- Postepenim hlađenjem metal se dovodi u stanje minimalne energije, a u njemu se formiraju pravilne kristalne strukture, što materijal čini elastičnijim i manje sklonim oštećenima.

Analogija između fizičkog sistema i problema optimizacije

Fizički sistem	**Optimizacioni problem**
Stanje sistema	Rešenje
Pozicije molekula	Varijable odluke
Energija	Funkcija cilja
Stanje minimalne energije	Globalno optimalno rešenje
Meta-stabilno stanje	Lokalni optimum
Temperatura	Kontrolna promenljiva T
Kaljenje	Simulirano kaljenje

Pseudokod SA algoritma

Input: Cooling schedule.
$s = s_0$; /* Generation of the initial solution */
$T = T_{max}$; /* Starting temperature */
Repeat
  Repeat /* At a fixed temperature */
    Generate a random neighbor s' ;
    $\Delta E = f(s') - f(s)$;
    If $\Delta E \leq 0$ **Then** $s = s'$ /* Accept the neighbor solution */
    Else Accept s' with a probability $e^{\frac{-\Delta E}{T}}$;
  Until Equilibrium condition
  /* e.g. a given number of iterations executed at each temperature T */
  $T = g(T)$; /* Temperature update */
Until Stopping criteria satisfied /* e.g. $T < T_{min}$ */
Output: Best solution found.

- Prvo treba da podesimo početnu temperaturu i kreiramo slučajno početno rešenje.
- Zatim izvršavamo petlju dok se ne ispuni uslov za zaustavljanje. Obično se ili sistem dovoljno ohladi ili je pronađeno dovoljno dobro rešenje.
- Odabiramo suseda tako što ćemo uneti malu promenu u naše trenutno rešenje.
- Tada odlučujemo da li ćemo preći na to susedsko rešenje.
- Konačno, smanjujemo temperaturu i nastavljamo sa petljom.

Dva bitna koncepta

- Verovatnoća prihvatanja lošijih rešenja.

- Za $T = \infty$ svaki lošiji sused se prihvata – random walk

- Za $T = 0$ nijedan lošiji sused se ne prihvata – Hill climbing

$$P(s' \; postaje \; resenje) = e^{-\frac{\Delta E}{t}}, \quad \Delta E = f(s') - f(s)$$

- Plan hlađenja

- Početna temperatura

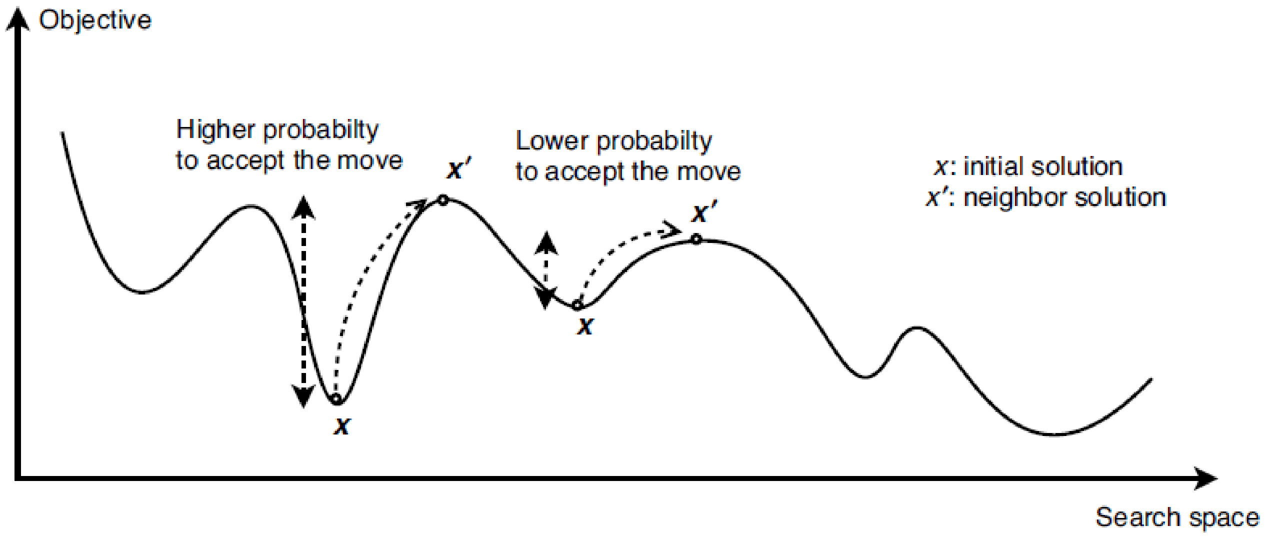
- Ravnotežno stanje

- Funkcija hlađenja

- Temperatura zaustavljanja algoritma.

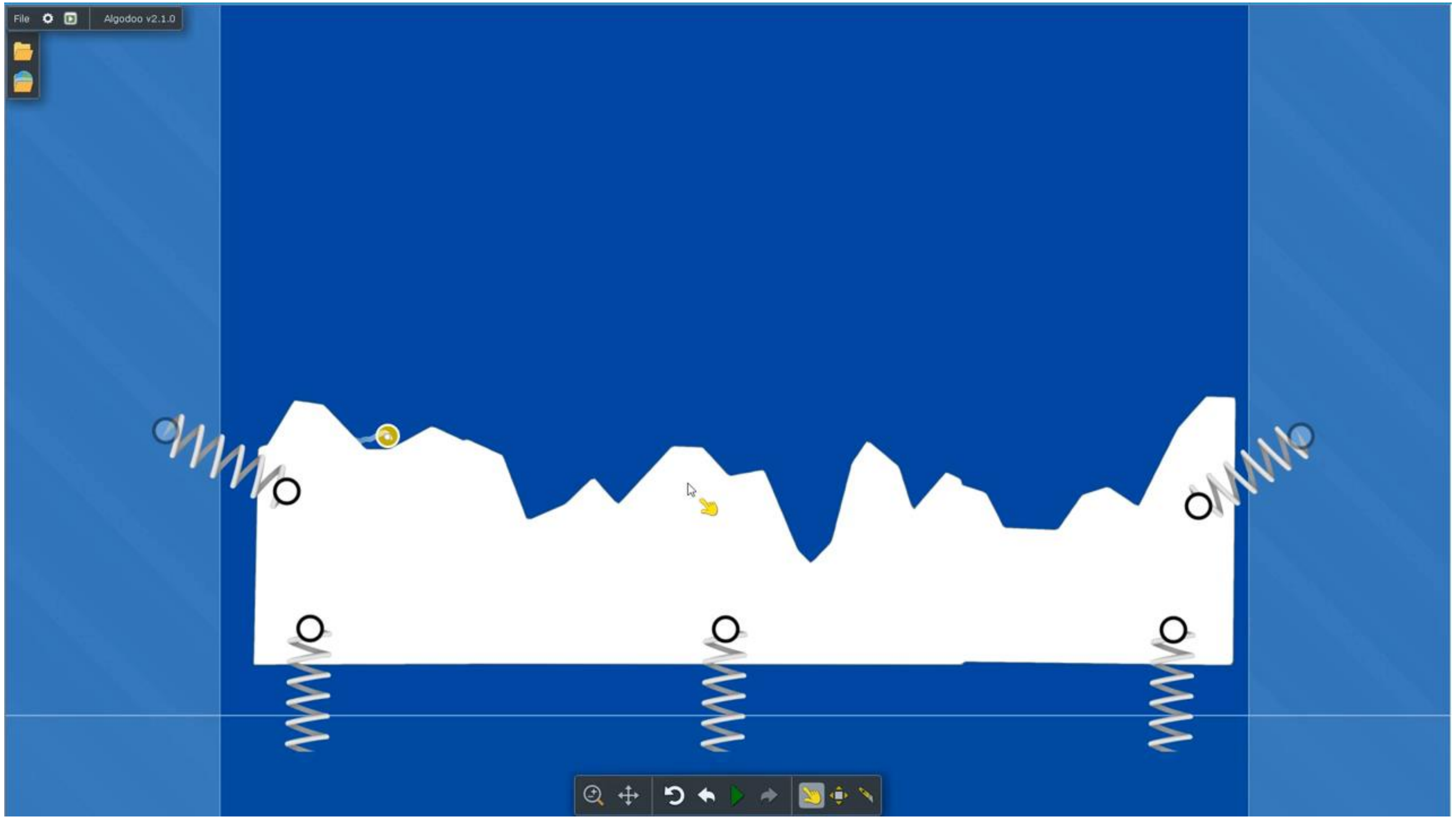
Izbegavanje lokalnih minimuma

$$P(s' \; postaje \; resenje) = e^{-\frac{\Delta E}{t}}, \quad \Delta E = f(s') - f(s)$$



- Bolje susedno rešenje se uvek prihvata.
- Što je viša vrednost parametra temperature, veća je verovatnoća prihvatanja prelaska na lošije rešenje.
- Na datoj temperaturi, što je manje povećanje vrednosti ciljne funkcije, veća je verovatnoća prelaska na susedno rešenje.

Simulirano kaljenje



Primer

- 3 *moguća suseda:*

  ΔE1 = 0.1,

  *ΔE*2 = - 0.5,

  *ΔE*3 = 3.

  (Let T = 1).

- Slučajno biramo suseda:
  - Ako je odabran drugi, on postaje trenutno rešenje.
  - Ako je odabran prvi ili treći, verovatnoća da on postane novo rešenje je exp(-*ΔE* /T)
  - prob1 = exp(-0.1) = 0.9,
    - U 90% slučajeva ćemo prihvatiti ovo rešenje
  - prob3 = exp(-3) = 0.05
    - U 5% slučajeva ćemo prihvatiti ovo rešenje

Primer max $f(x) = x^3 - 60x^2 + 900x + 100$

TABLE 2.5 First Scenario $T = 500$ and Initial Solution (10011)

T	Move	Solution	f	Δf	Move?	New Neighbor Solution
500	1	00011	2287	112	Yes	00011
450	3	00111	3803	<0	Yes	00111
405	5	00110	3556	247	Yes	00110
364.5	2	01110	3684	<0	Yes	01110
328	4	01100	3998	<0	Yes	01100
295.2	3	01000	3972	16	Yes	01000
265.7	4	01010	**4100**	<0	Yes	01010
239.1	5	01011	4071	29	Yes	01011
215.2	1	11011	343	3728	No	01011

- Rešenja predstavljamo kao nizove od po 5 bitova.
- Generisanje suseda – flipovanje slučajno odabranog bita.
- Globalni maksimum je:

  01010 (x = 10, f (x) = 4100)
- Početno rešenje:

  10011 (x = 19, f (x) = 2399)
- Početna temeratura T=500

Primer min $f(x) = x^3 - 60x^2 + 900x + 100$

TABLE 2.6 Second Scenario: T = 100 and Initial Solution (10011). When Temperature is not High Enough, Algorithm Gets Stuck

T	Move	Solution	f	Δf	Move?	New Neighbor Solution
100	1	00011	2287	112	No	10011
90	3	10111	1227	1172	No	10011
81	5	10010	2692	<0	Yes	10010
72.9	2	11010	516	2176	No	10010
65.6	4	10000	**3236**	<0	Yes	10000
59	3	10100	2100	1136	Yes	10000

- Rešenja predstavljamo kao nizove od po 5 bitova.
- Generisanje suseda – flipovanje slučajno odabranog bita.
- Globalni maximum je:
  01010 (x = 10, f (x) = 4100)
- Početno rešenje:
  10011 (x = 19, f (x) = 2399)
- Početna temperatura T=100

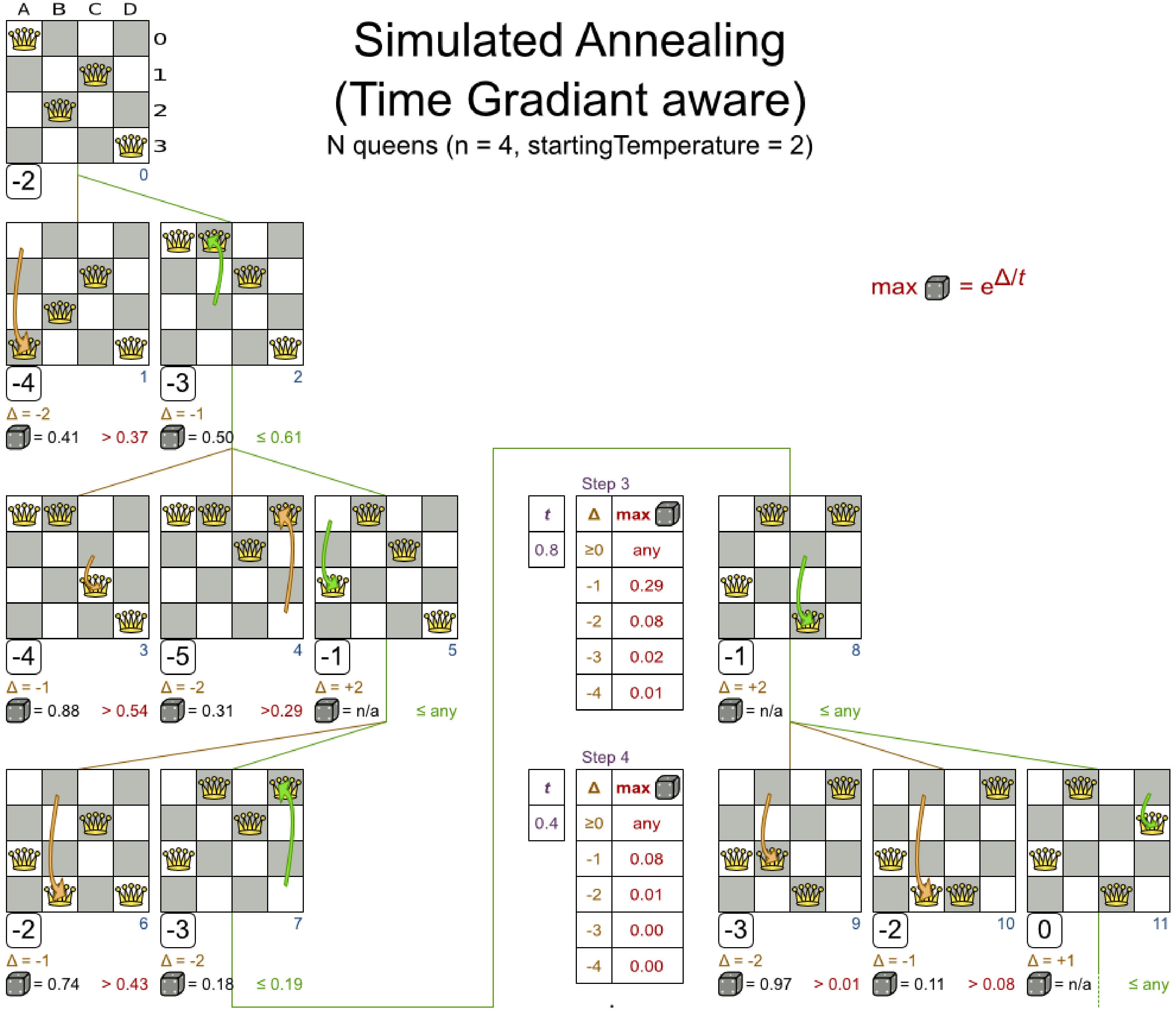
Nedovoljno visoka – upadanje u lokalni maksimum.

Simulated Annealing
(Time Gradiant aware)

N queens (n = 4, startingTemperature = 2)

Temperature decreases for each step

max 🎲 = $e^{\Delta/t}$



Step 0

t	Δ	max 🎲
2.0	≥0	any
	-1	0.61
	-2	0.37
	-3	0.22
	-4	0.14

Step 1

t	Δ	max 🎲
1.6	≥0	any
	-1	0.54
	-2	0.29
	-3	0.15
	-4	0.08

Step 2

t	Δ	max 🎲
1.2	≥0	any
	-1	0.43
	-2	0.19
	-3	0.08
	-4	0.04

Step 3

t	Δ	max 🎲
0.8	≥0	any
	-1	0.29
	-2	0.08
	-3	0.02
	-4	0.01

Step 4

t	Δ	max 🎲
0.4	≥0	any
	-1	0.08
	-2	0.01
	-3	0.00
	-4	0.00

⋮