



Ant Colony Optimization

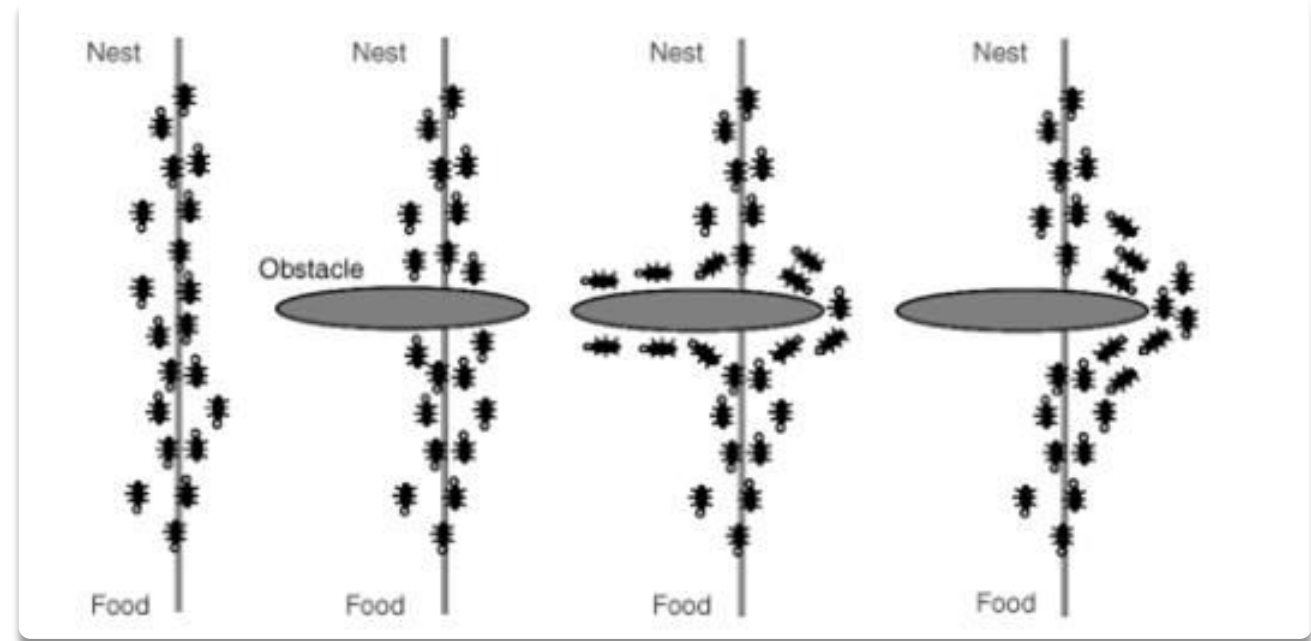
Swarm intelligence

- ▶ Inspirisani kolektivnim ponašanjem pojedinih vrsta
- ▶ Prate obrazac ponašanja individua u grupi
- ▶ Indirektna komunikacija



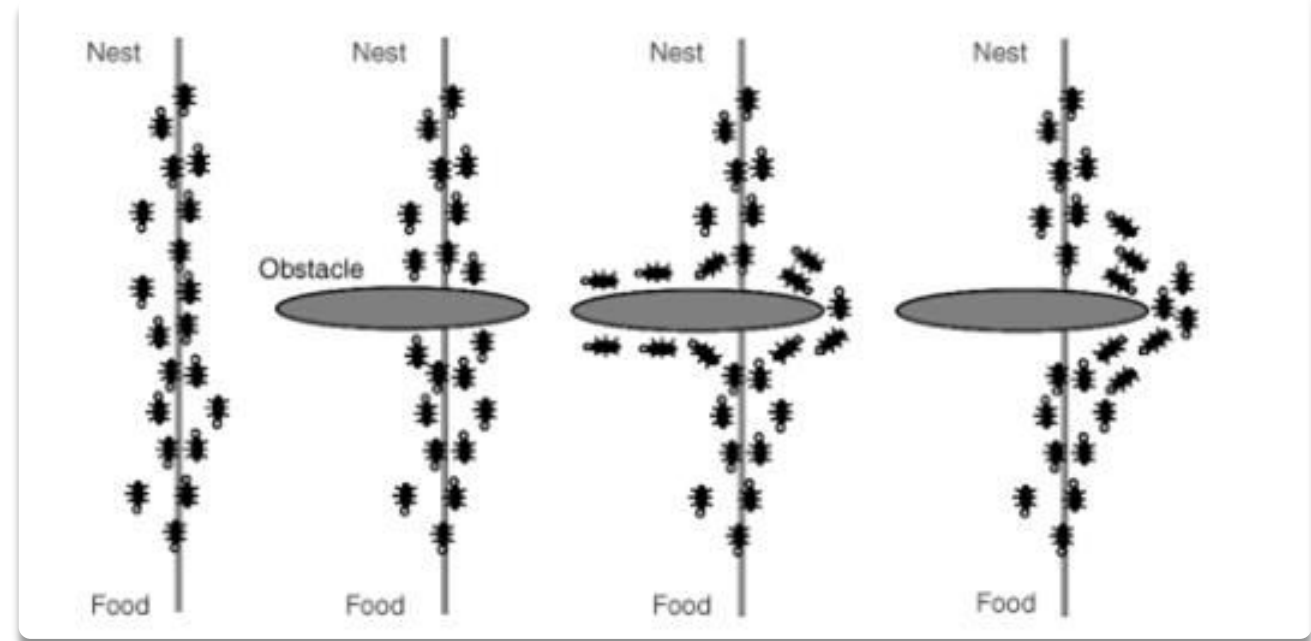
Pametni mravi

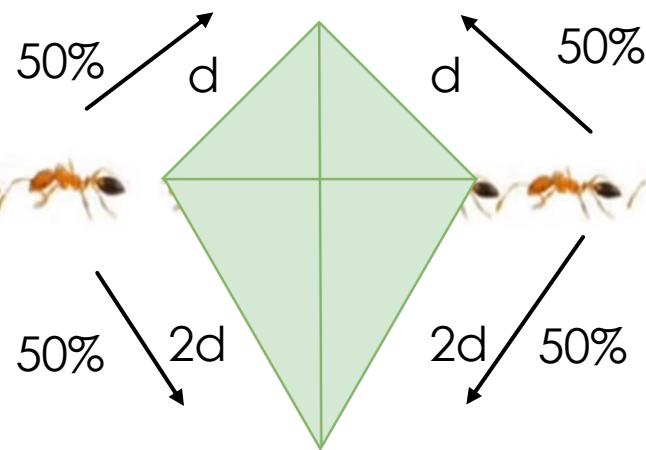
- ▶ Marco Dorigo - rešavanje optimizacionih problema koji se mogu predstaviti preko grafova
- ▶ Jednostavan komunikacioni mehanizam
- ▶ Tokom svog kretanja mravi ostavljaju hemijski trag – feromon
- ▶ Veća količina feromona - veća verovatnoća odabira tog puta



Pametni mravi

- ▶ Feromon tokom vremena isparava
- ▶ Ovaj način kretanja uglavnom obezbeđuje najkraći put do hrane

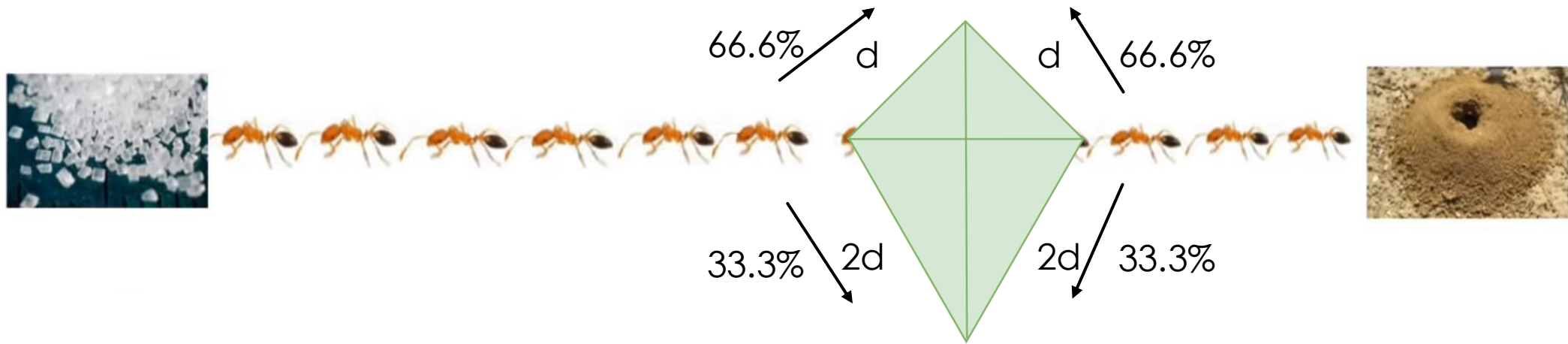




$2d \rightarrow 1$ sekunda



Nakon 1s



Stigmergija

ACO algoritam

Algorithm 3.12 Template of the ACO.

```
Initialize the pheromone trails ;  
Repeat  
  For each ant Do  
    Solution construction using the pheromone trail ;  
    Update the pheromone trails:  
      Evaporation ;  
      Reinforcement ;  
Until Stopping criteria  
Output: Best solution found or a set of solutions.
```

- ▶ Konstrukcija rešenja
 - ▶ Tragovi feromona
 - ▶ Heurističke informacije
- ▶ Ažuriranje traga feromona
 - ▶ Faza isparavanja
 - ▶ Faza pojačavanja

Konstrukcija rešenja

- ▶ Vrší se na osnovu verovatnoće tranzicije iz jednog stanja u drugo
- ▶ Graf odluke
- ▶ Prilikom konstrukcije se u obzir uzimaju:
 - ▶ Tragovi feromona – tragovi pamte karakteristike dobrih rešenja i menjaju se tokom pretrage
 - ▶ Heurističke informacije – zavise od konkretnog problema koji se rešava, pomažu u konstrukciji rešenja

Ažuriranje traga feromona

- ▶ Faza isparavanja
 - ▶ Osobina ove hemijske supstance
$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij}, \quad \forall i, j \in [1, n]$$
 - ▶ Izbegavanje prerane konvergencije
 - ▶ Podsticanje raznovrsnosti u prostoru pretrage
- ▶ Faza pojačavanja
 - ▶ Ažuriranje traga u skladu sa generisanim rešenjima

Različite strategije faze pojačavanja

- ▶ Online korak po korak - trag feromona τ_{ij} ažurira mrav u svakom koraku izgradnje rešenja
- ▶ Online odloženo ažuriranje - trag se ažurira tek kada mrav konstruiše kompletno rešenje
- ▶ Offline ažuriranje - najpopularniji pristup gde se ažurira trag tek kada svi mravi generišu kompletno rešenje
 - ▶ Zasnovano na kvalitetu – najbolje pronađeno rešenje od strane svih mrava
$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij}, \quad \forall i, j \in [1, n]$$
 - ▶ Zasnovano na ranku – k najboljih rešenja mrava se uzimaju u obzir u količini koja zavisi od ranka
 - ▶ Zasnovano na najgorem rešenju - mrav koji je generisao najgore rešenje smanjuje odgovarajući trag
 - ▶ Ažuriranje elitizmom – do sada najbolje rešenje će ažurirati trag feromona, a definisana je minimalna (ili maksimalna) vrednost feromona pa svaka grana ima bar neku verovatnoću da bude izabrana

Dizajniranje ACO algoritma

- ▶ Informacije o feromonima
 - ▶ Centralna komponenta algoritma
 - ▶ Definisanje traga feromona
 - ▶ Vrednost feromona $\tau_i \in \tau$ sadrži relevantne informacije o konstrukciji rešenja za posmatrani problem. Uglavnom se odnose na delove rešenja
- ▶ Konstrukcija rešenja - definicija lokalnog heurističkog pokazatelja koji će se koristiti u konstrukciji rešenja pored feromona
- ▶ Ažuriranje feromona – definicija strategije po kojoj će se trag feromona ažurirati

ACO algoritam za problem trgovačkog putnika

Problem trgovačkog putnika

- ▶ Trgovac kreće iz jednog grada, obilazi sve gradove i vraća se u početni
- ▶ Pronaći najkraći put
- ▶ N gradova i M mrava
- ▶ Dve glavne prednosti koje ovi mravi imaju:
 - ▶ Imaju memoriju pa neće obići gradove kroz koje su već prošli
 - ▶ Mravi znaju distancu do susednih gradova

Dizajniranje ACO algoritma – informacije o feromonima

- ▶ $G(V, E)$ - ulazni graf koji predstavlja mrežu gradova i puteva
- ▶ Informacije o feromonima se mogu predstaviti u vidu matrice τ veličine $n \times n$, a τ_{ij} se odnosi na ivicu (i, j) grafa G i predstavlja tendenciju ka izboru ivice (i, j) prilikom obilaska

Dizajniranje ACO algoritma – konstrukcija rešenja

- ▶ Ako se posmatra samo trag feromona

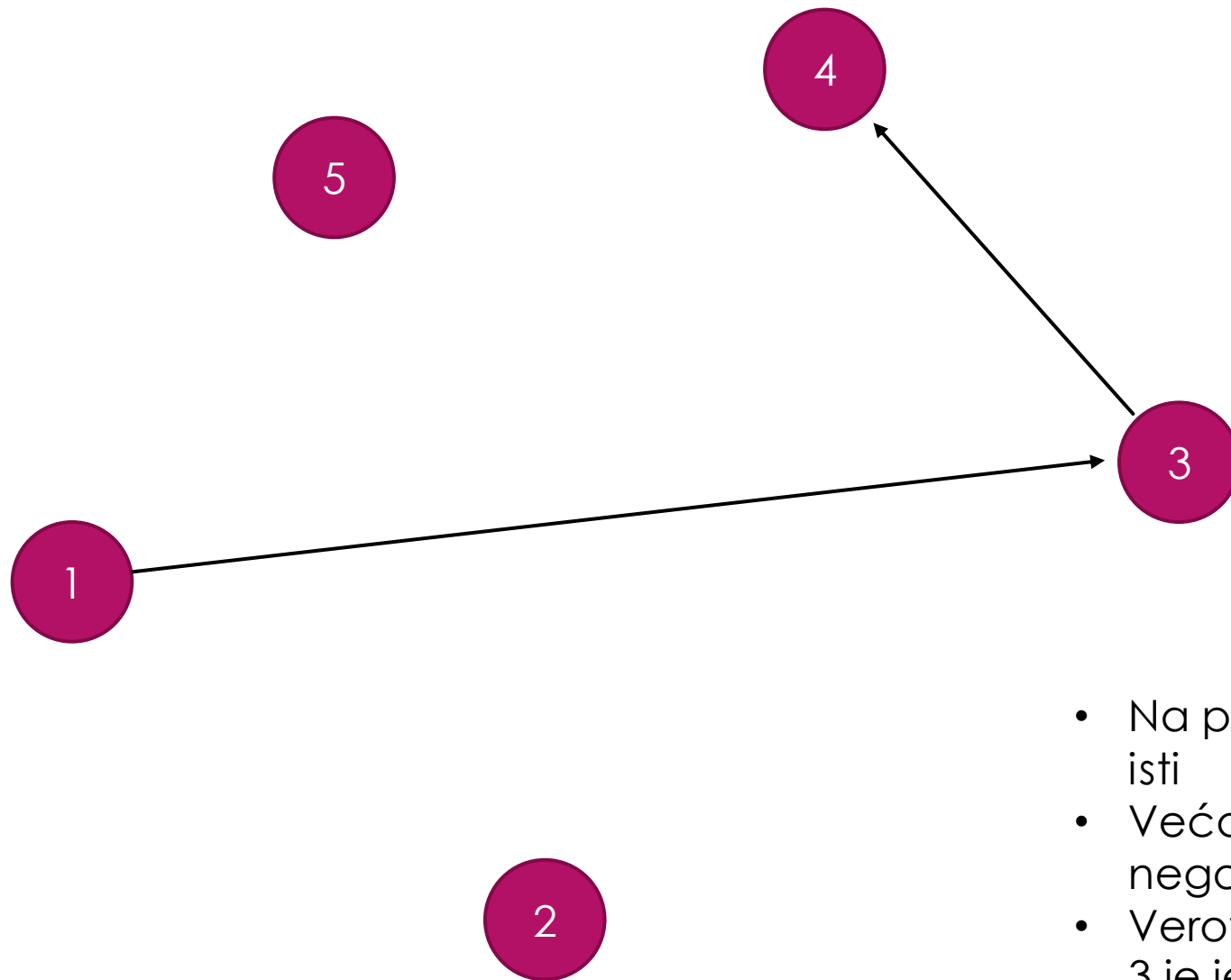
$$p_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{\sum_{k \in S} \tau_{ik}}, \quad \forall j \in S$$

- ▶ Heuristika koju možemo uvesti kao matricu η

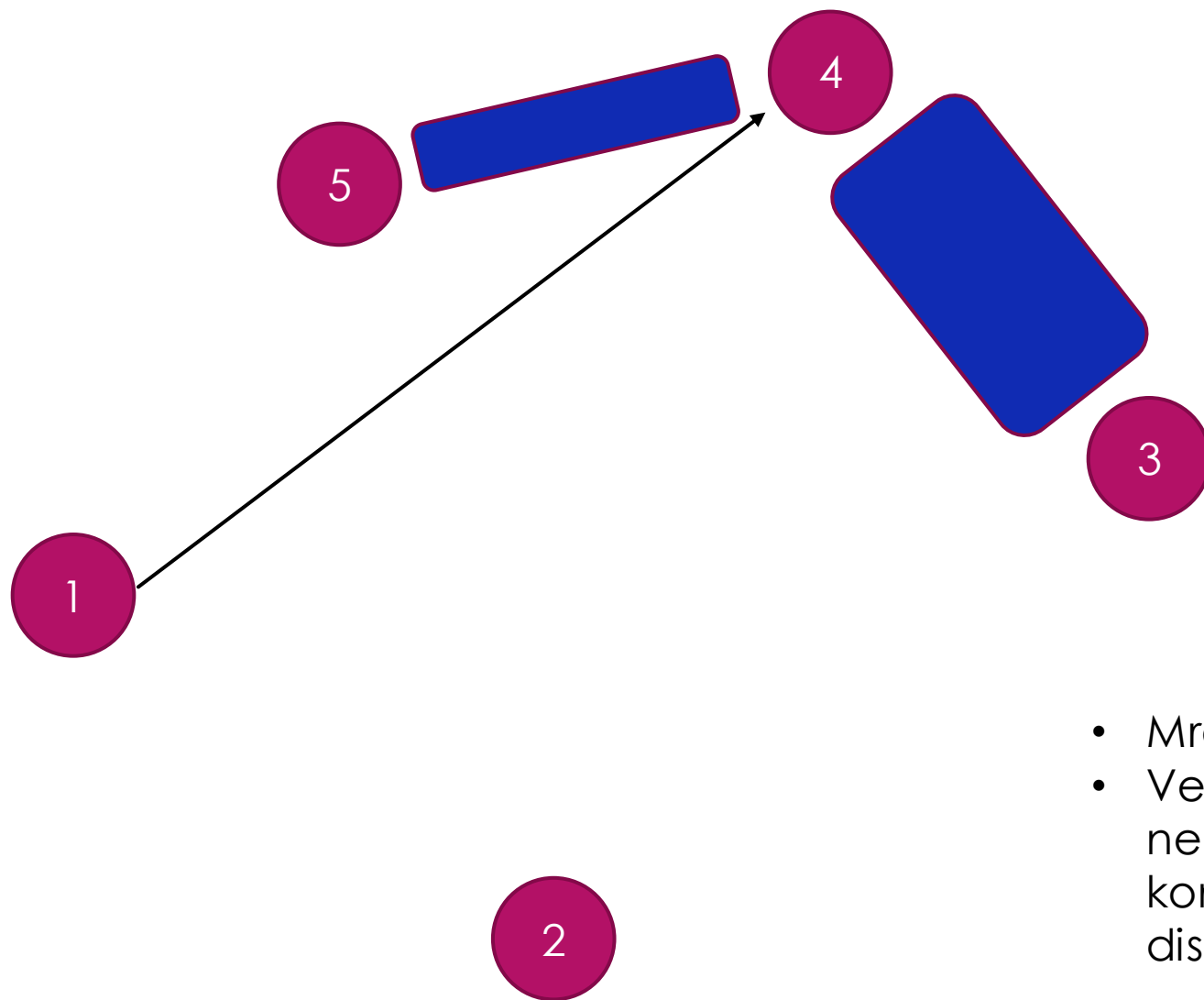
$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$$

- ▶ Ako se posmatra i trag feromona i heuristika

$$p_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \times \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{k \in S} \tau_{ik}^{\alpha} \times \eta_{ik}^{\beta}}, \quad \forall j \in S$$



- Na početku je trag feromona svuda isti
- Veća verovatnoća je preći iz 4 u 5, nego iz 4 u 2 zato što je grad 5 bliži
- Verovatnoća da se iz 4 mrav vrati u 3 je jednaka nuli



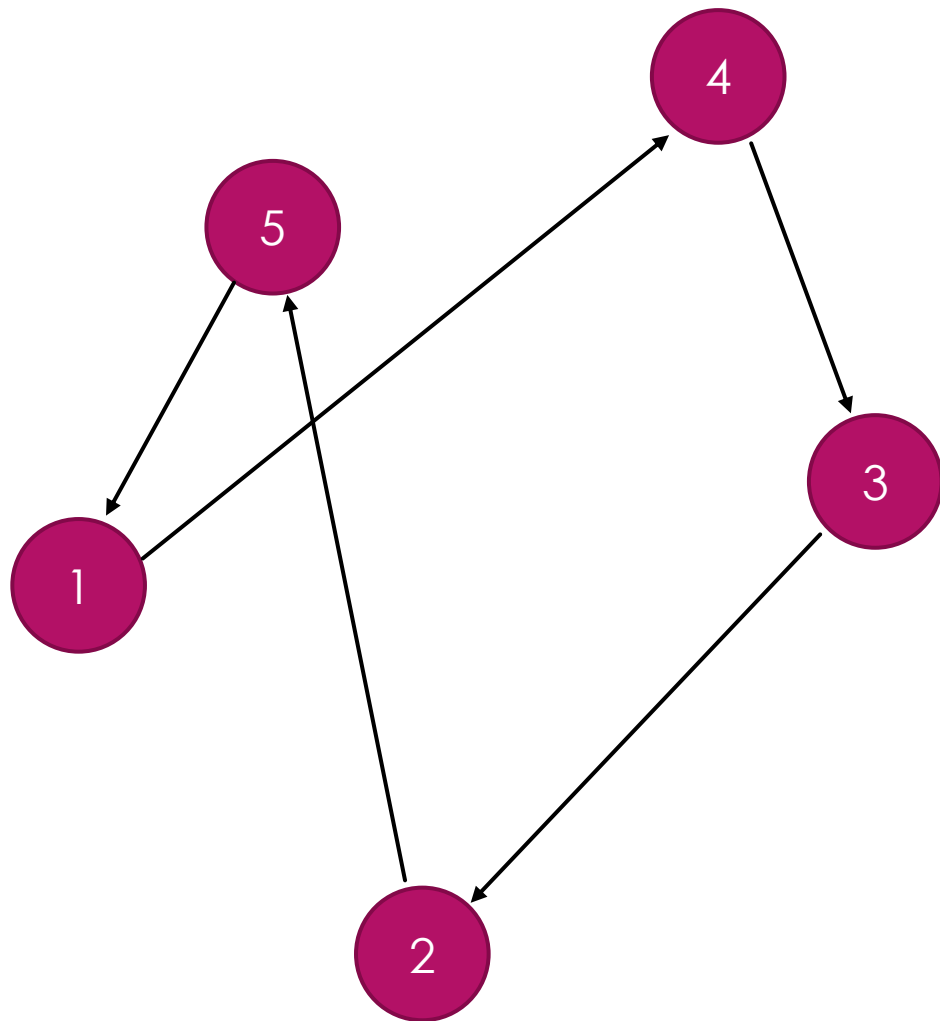
- Mrav iz grada 1 ide u grad 4
- Veća verovatnoća je preći iz 4 u 3, nego iz 4 u 5 zato što je koncentracija feromona veća, a distanca je ista

Dizajniranje ACO algoritma - ažuriranje feromona

- ▶ Offline strategija ažuriranja feromona, strategija zasnovana na kvalitetu
- ▶ Isparavanje feromona po zakonu:
$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij}, \quad \forall i, j \in [1, n]$$
- ▶ Pojačavanje feromona se vrši kada svi mravi obidu sve gradove jednom
$$\tau_{i\pi(i)} = \tau_{i\pi(i)} + \Delta, \quad \forall i \in [1, n]$$
- ▶ Što je put duži, parametar delta je manji pa će pojačanje tog traga feromona biti manje značajno nego kod dužih puteva

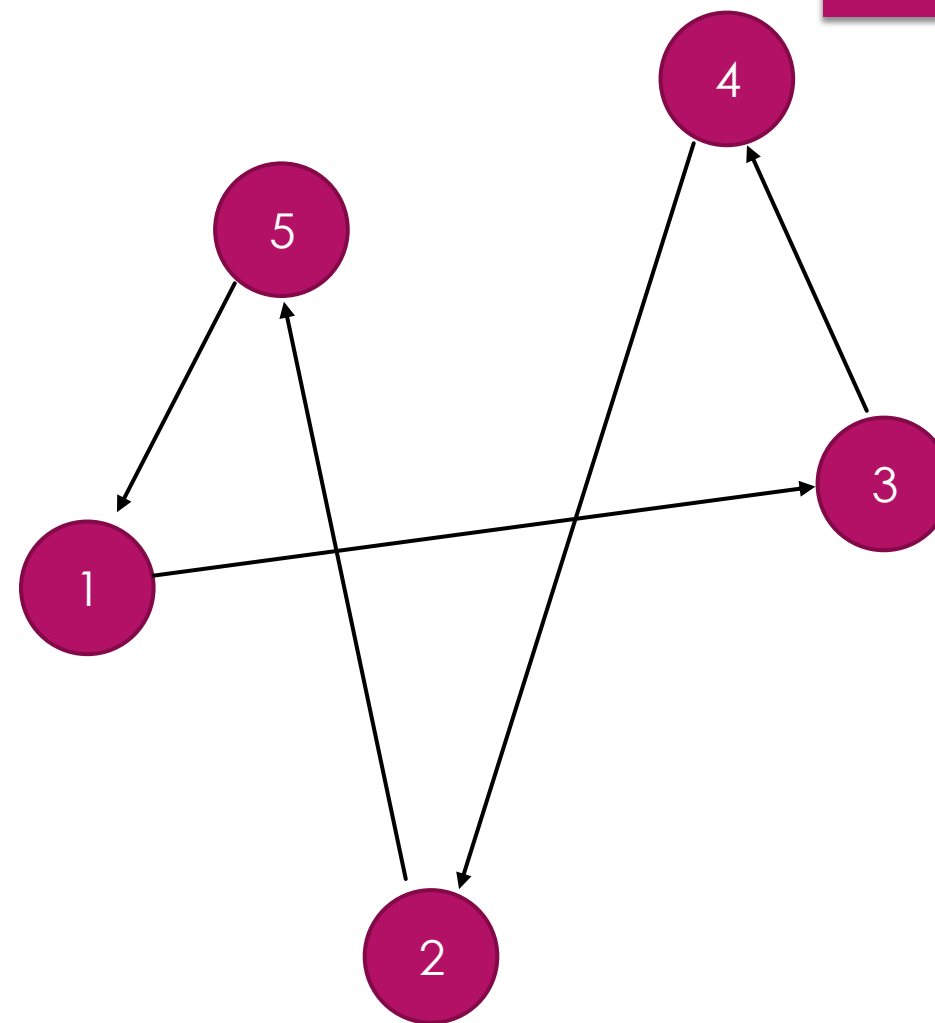
Mrav 1

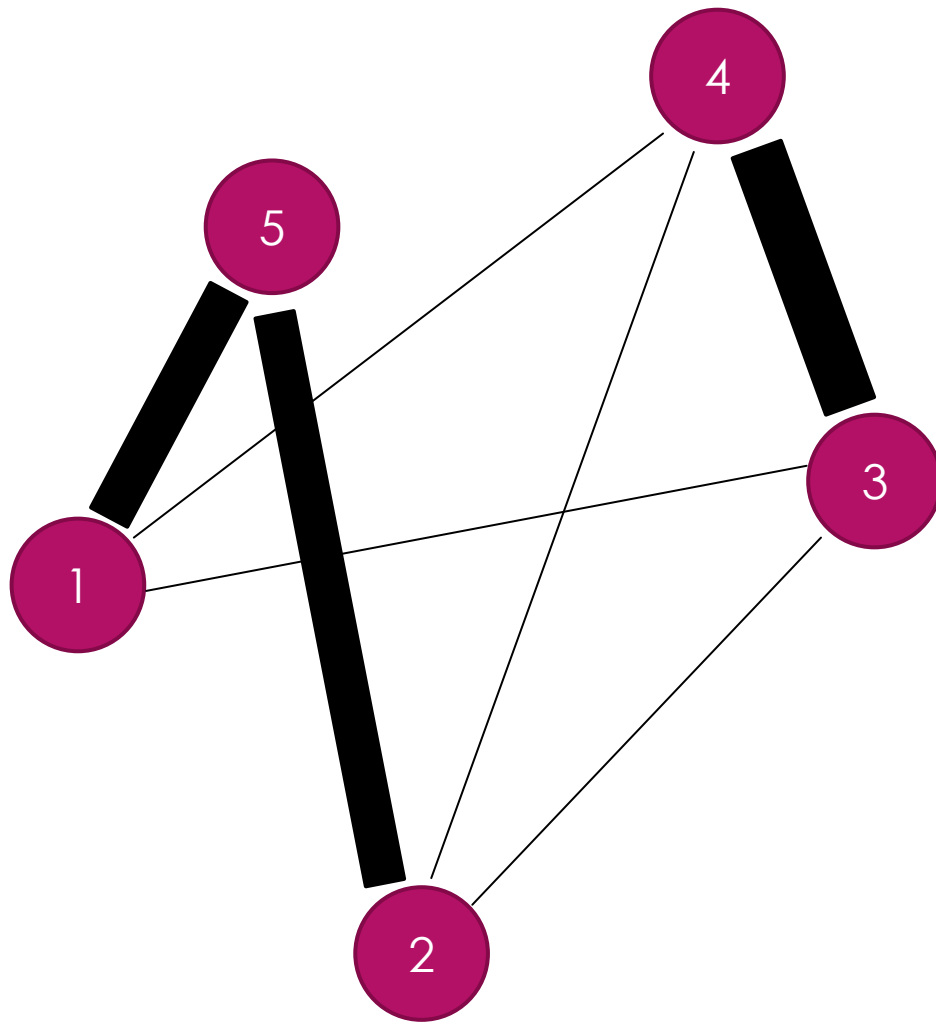
Dužina puta = 45



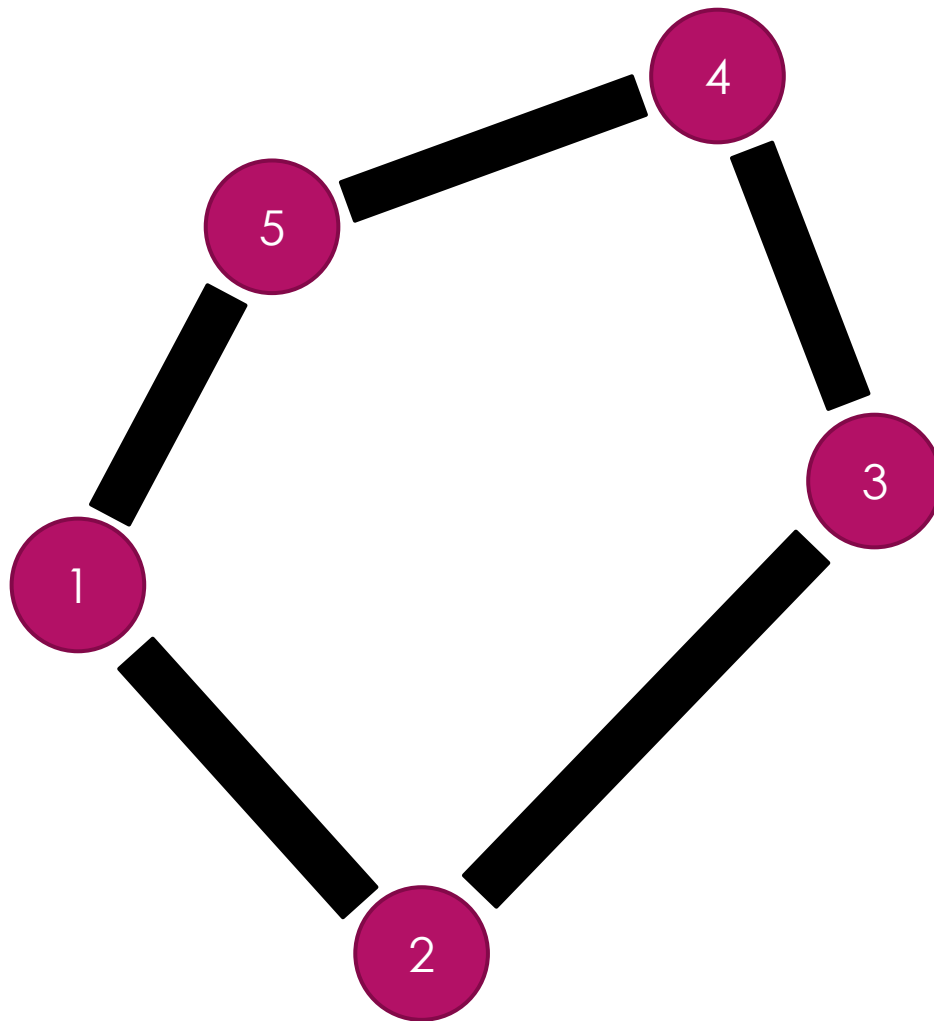
Mrav 2

Dužina puta = 55





- Iz grada 1 je veća verovatnoća da se ode u 5 nego u bilo koji drugi grad
- Iz 5 može da se ode u 2 i u 4, 2 ima jači trag ali je 4 bliži
- Ako bilo koji mrav izabere putanju koja obuhvata granu 4-5 ukupan put će biti kraći pa će to uticati na povećanje količine feromona na toj grani
- Iz 4 je najveća verovatnoća izabrati grad 3



Algorithm 3.13 Ant colony algorithm for the TSP problem (ACO–TSP).

Initialize the pheromone information ;

Repeat

For each ant Do

Solution construction using the pheromone trails:

$S = \{1, 2, \dots, n\}$ /* Set of potentially selected cities */

Random selection of the initial city i ;

Repeat

Select new city j with probability $p_{ij} = \frac{\tau_{ij}^\alpha \times \eta_{ij}^\beta}{\sum_{k \in S} \tau_{ik}^\alpha \times \eta_{ik}^\beta}$;

$S = S - \{j\}$; $i = j$;

Until $S = \emptyset$

End For

Update the pheromone trail:

For $i, j \in [1, n]$ **Do**

$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij}$ /* Evaporation */ ;

For $i \in [1, n]$ **Do**

$\tau_{i\pi(i)} = \tau_{i\pi(i)} + \Delta$ /* π : best found solution */ ;

Until Stopping criteria

Output: Best solution found or a set of solutions.

TABLE 3.6 Parameters of the ACO Algorithm

Parameter	Role	Practical Values
α	Pheromone influence	–
β	Heuristic influence	–
ρ	Evaporation rate	[0.01, 0.2]
k	Number of ants	[10, 50]