# Floyd-Warshall algoritam

Algoritamske strategije - vežbe

# Floyd-Warshall algoritam

- Najkraći put između svih parova čvorova
- Princip dinamičkog programiranja
- Kompleksnost - $\theta(n^3)$
- Negativne težine dozvoljene
- Negativni kružni putevi nisu dozvoljeni

# Korak 1 - struktura

- $p = (v_1, v_2, \dots, v_{l-1}, v_l)$
- $p$ - put $\quad v_2, \dots, v_{l-1}$ - međučvorovi
- Posmatramo najkraće puteve sa međučvorovima $1..k$ $\quad p_{ij}^{(k)}$
- Poznati su najkraći putevi sa međučvorovima $1..k-1$ $\quad p_{ij}^{(k-1)}$

1. Ako $k$ nije međučvor na najkraćem putu - $p_{ij}^{(k)} = p_{ij}^{(k-1)}$

2. Ako $k$ jeste međučvor, put je $i \xrightarrow{p_{ik}^{(k-1)}} k \xrightarrow{p_{kj}^{(k-1)}} j$

# Korak 2 - rekurzija

- $d_{ij}^{(k)}$- cena najkraćeg puta od čvora $i$ do čvora $j$ sa međučvorovima $1..k$.
- $k = 0$ – nema međučvorova, samo direktne veze
- $d_{ij}^{(k)} = \begin{cases} w_{ij}, & k = 0 \\ \min(d_{ij}^{(k-1)}, d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)}, & k \geq 1) \end{cases}$
- Konačno rešenje – matrica $D^{(n)} = (d_{ij}^{(n)})$

# Korak 3 – bottom-up

FLOYD_WARSHALL( $W$ )

$n = rows[W]$

$D^{(0)} = W$

**for** $k = 1, n$

**for** $i = 1, n$

**for** $j = 1, n$

$$d_{ij}^{(k)} = \min\left(d_{ij}^{(k-1)}, d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)}\right)$$

**return** $D^{(n)}$

# Korak 4 - rekonstrukcija

- Matrica prethodnika

- $\pi_{ij}^{(0)} = \begin{cases} NULL, & i = j \text{ ili } w_{ij} = \infty \\ i, & i \neq j \text{ i } w_{ij} < \infty \end{cases}$

- $i \rightarrow k \rightarrow j, k \neq j$

- $\pi_{ij}^{(k)} = \begin{cases} \pi_{ij}^{(k-1)}, & d_{ij}^{(k-1)} \leq d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)} \\ \pi_{kj}^{(k-1)}, & d_{ij}^{(k-1)} > d_{ik}^{(k-1)} + d_{kj}^{(k-1)} \end{cases}$

# Zadatak

- II popravni kolokvijum 2012/13