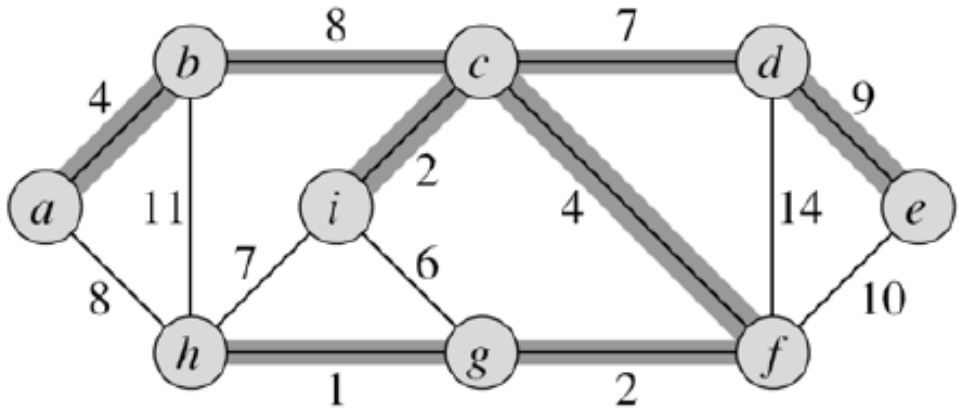
Minimalna stabla razapinjanja

Algoritamske strategije - vežbe

Minimalna stabla razapinjanja

- Graf - $G(V, E)$
- Pronaći aciklični podskup $T \subseteq E$:
  - koji povezuje sve čvorove
  - čija je ukupna težina $w(T) = \sum_{(u,v)\in T} w(u, v)$ minimalna
- T – minimalno stablo razapinjanja
- n čvorova - $n - 1$ veza



Algoritmi

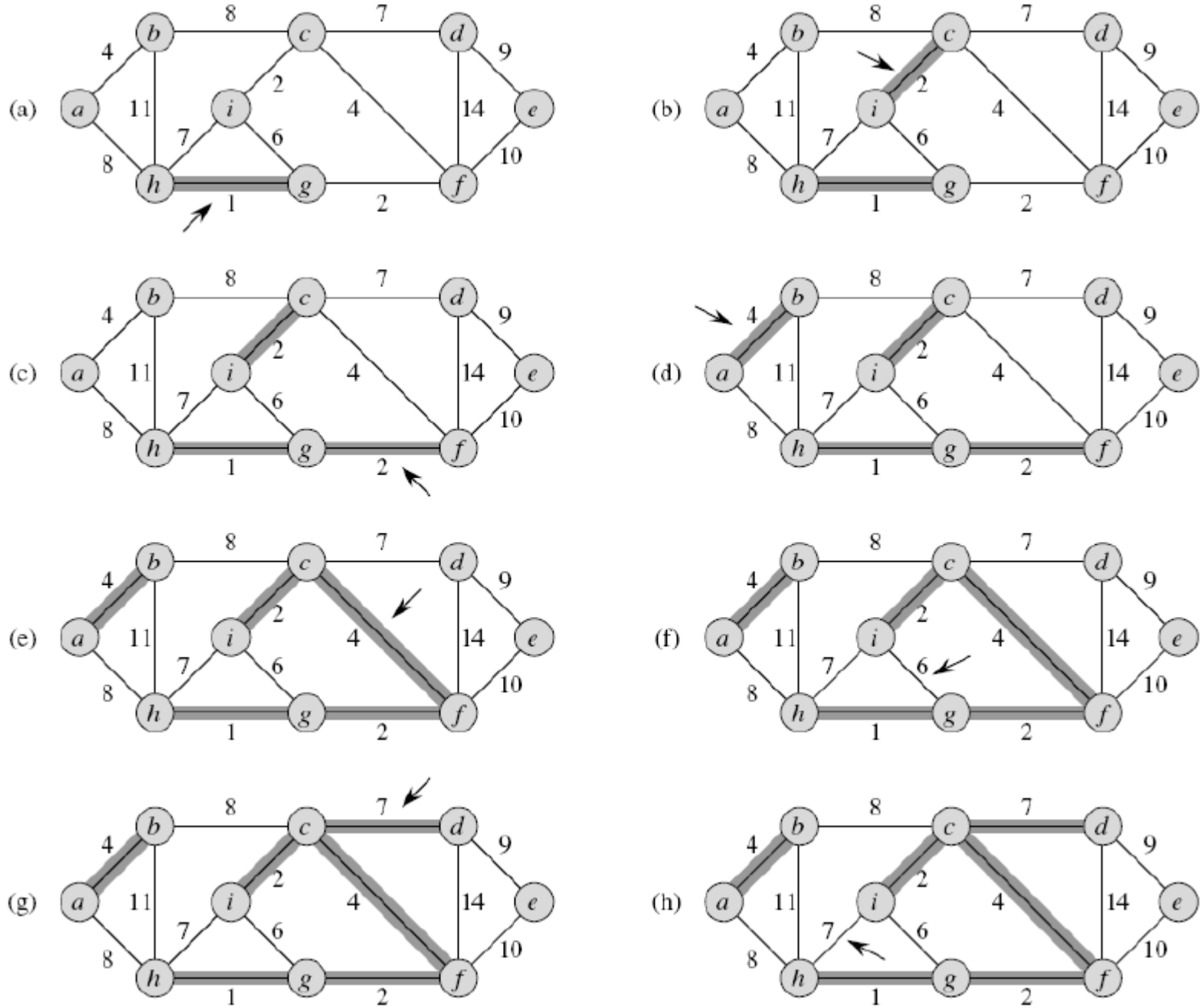
- Kruskalov algoritam
- Primov algoritam
- Pohlepni algoritmi - najbolji izbor u datom trenutku
- Kruskal – šuma, veza najmanje težine koja povezuje dva skupa
- Prim – jedno stablo, veza najmanje težine koja se dodaje na stablo

Kruskalov algoritam

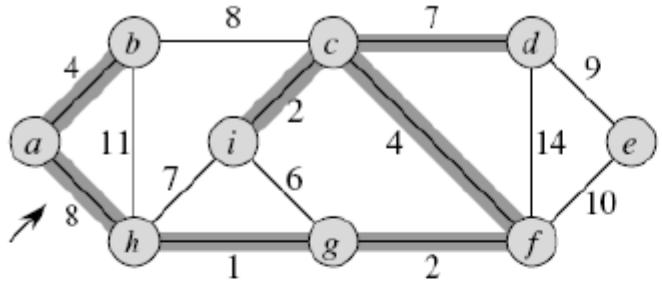
- Disjunktni skupovi čvorova
- Svaki skup ima reprezentativni element
- Na početku je svaki čvor u zasebnom skupu
- Tražimo minimalnu vezu koja spaja dva skupa
- Odbacujemo veze čiji čvorovi su u istom skupu – izbegavanje ciklusa

Kruskalov algoritam

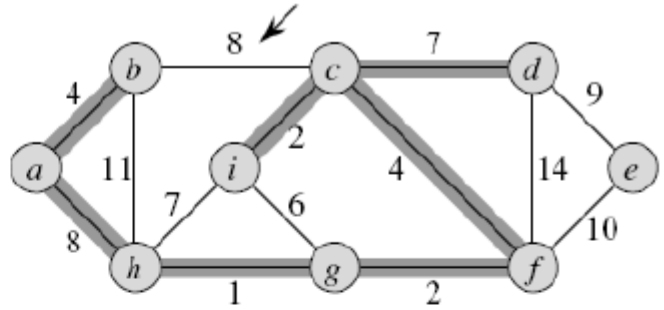
```
MST_KRUSKAL( G , w )
   A = ∅
   for each v ∈ V[G]
      MAKE_SET( v )
   sortiranje veza po tezini u neopadajucem rasporedu
   for each (u,v) ∈ E , uzeto u neopadajucem redosledu
      if FIND_SET( u ) ≠ FIND_SET( v )
         A = A ∪ {(u,v)}
         UNION( u , v )
   return A
```


(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
(g)
(h)
a
b
c
d
e
f
g
h
i
4
8
8
7
9
11
2
4
14
7
6
10
8
1
2

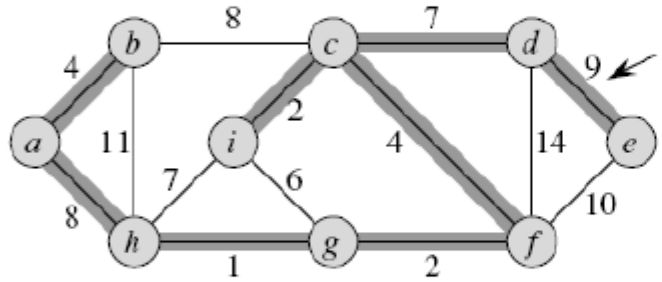
(i)


a
b
c
d
e
f
g
h
i
4
8
8
7
9
11
2
4
14
7
6
10
8
1
2

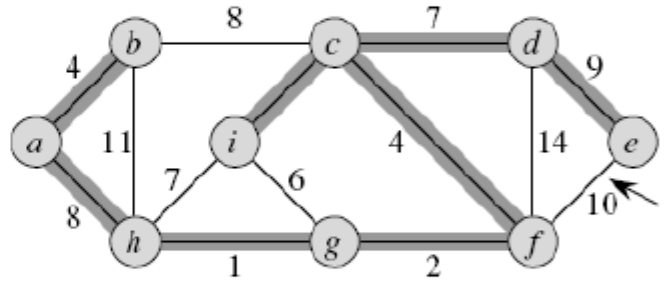
(j)


a
b
c
d
e
f
g
h
i
4
8
8
7
9
11
2
4
14
7
6
10
8
1
2

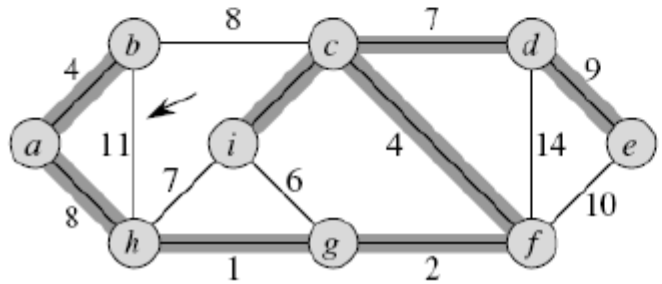
(k)


a
b
c
d
e
f
g
h
i
4
8
8
7
9
11
2
4
14
7
6
10
8
1
2

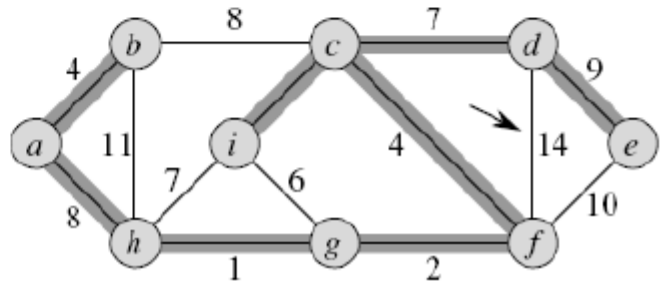
(l)


a
b
c
d
e
f
g
h
i
4
8
8
7
9
11
2
4
14
7
6
10
8
1
2

(m)


a
b
c
d
e
f
g
h
i
4
8
8
7
9
11
2
4
14
7
6
10
8
1
2

(n)


a
b
c
d
e
f
g
h
i
4
8
8
7
9
11
2
4
14
7
6
10
8
1
2

Zadatak

- II popravni kolokvijum 2014/15

Primov algoritam

- Veoma sličan Dijkstra algoritmu
- U svakom trenutku formirano je samo jedno stablo
- Koren stabla – proizvoljan čvor
- Tražimo minimalnu vezu koja dodaje čvor u stablo
- $key[v]$ – minimalna težina od izolovanog čvora v do nekog čvora u stablu

Primov algoritam

MST_PRIM(G, w, r)

for each $u \in V[G]$

$key[u] = \infty$

$\pi[u] = NULL$

$key[r] = 0$

$Q = V[G]$

while $Q \neq \varnothing$

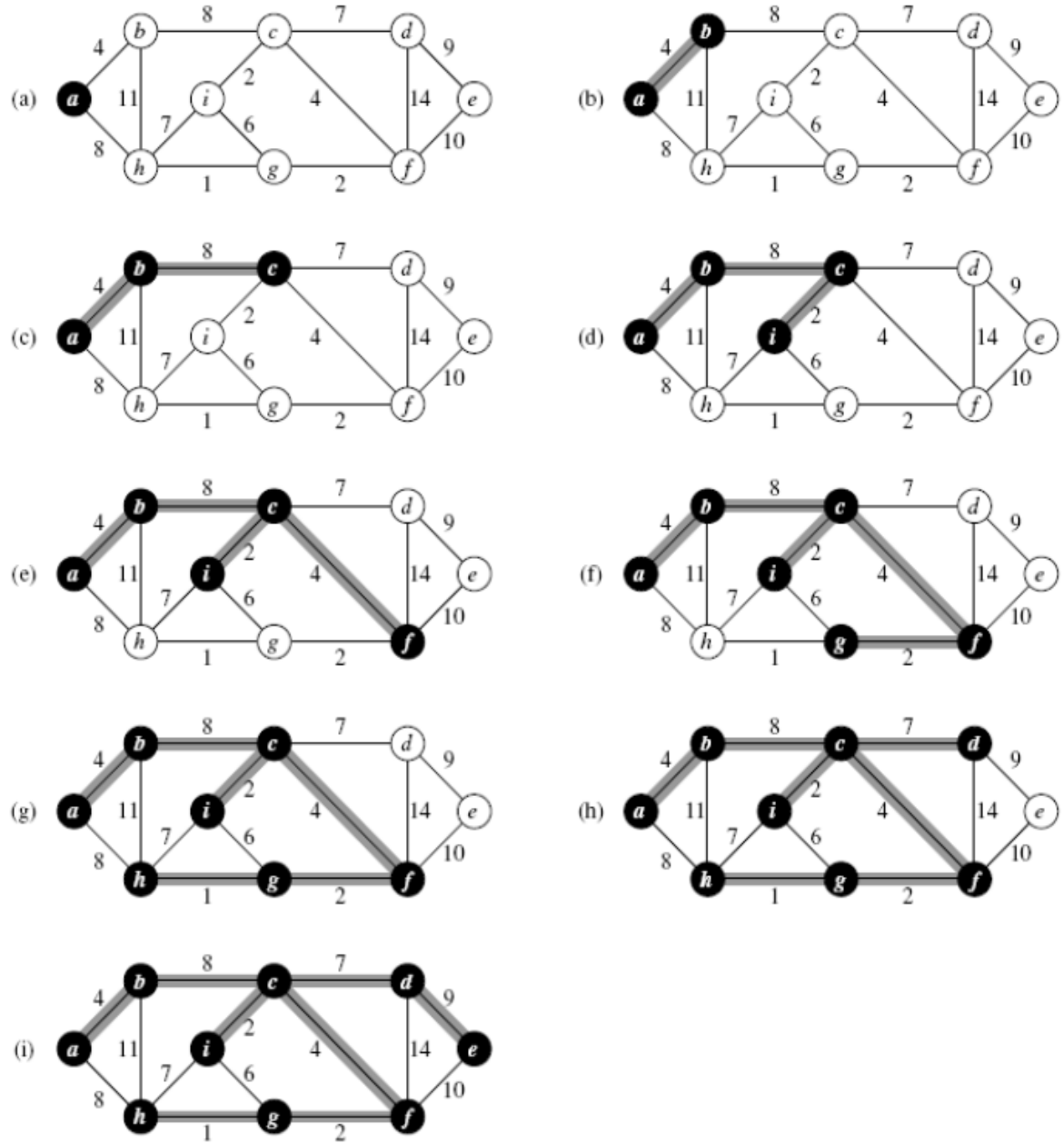
u =EXTRACT_MIN(Q)

for each $v \in Adj[u]$

if $v \in Q$ and $w(u,v) < key[v]$

$\pi[v] = u$

$key[v] = w(u,v)$


(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
(g)
(h)
(i)
a
b
c
d
e
f
g
h
i
4
8
8
7
9
11
2
4
14
7
6
10
1
2