

Prvi kolokvijum iz Rimanove geometrije

24.4.2021.

1. Dokazati da je funkcija $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \mapsto R$ definisana sa $\langle X, Y \rangle = \frac{1}{c} X \cdot Y$, $c \in R^+$, $c \neq 0$, unutrašnji proizvod na vektorskom prostoru V , gde je $\cdot$ standardni skalarni proizvod euklidskog prostora.

2. Izračunati Gausovu krivinu Poenkareovog disk modela $u^2 + v^2 < 4$ sa unutrašnjim proizvodom

$$\langle V, W \rangle = \frac{V \cdot W}{(1 - \frac{u^2 + v^2}{4})^2},$$

gde je $\cdot$ standardni skalarni proizvod euklidskog prostora.

3. Neka je M geometrijska površ sa unutrašnjim proizvodom $\langle V, W \rangle = h(u, v) V \cdot W$, gde je $\cdot$ standardni skalarni proizvod euklidskog prostora i $h(u, v) = u^2 + v^2 \neq 0$ za svako u, v .

(a) Ako je $\{U_1, U_2\}$ prirodno polje repera kome odgovaraju dualne 1-forme du, dv , odrediti dualne 1-forme θ_1, θ_2 koje odgovaraju polju repera $\{\frac{U_1}{\sqrt{h}}, \frac{U_2}{\sqrt{h}}\}$.

(b) izračunati formu koneksije ω_{12} .

(v) Izračunati Gausovu krivinu geometrijske površi M .

4. Neka je $\{U_1, U_2\}$ prirodno polje repera u ravni R^2 i $V = v_1 U_1 + v_2 U_2$ i $W = x^3 y U_1 + y^2 U_2$ vektorska polja u toj ravni. Izračunati kovarijantni izvod $\nabla_V W$.