

ОДАБРАНА ПОГЛАВЉА АНАЛИЗЕ - 2. вежбе

1. Решити једначину $|x - 2|^2 + 3|x - 2| - 4 = 0$.
2. Решити неједначину $x \geqslant 1 + \frac{2}{x}$.
3. Графички решити једначину $x - 2 = |y - 3|$.
4. Одредити домен функције $f(x) = \frac{1}{1 - \frac{2}{1 + \frac{1}{1 - x}}}$.
5. Нека је $f(x) = x + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$ и $h(x) = x^2$. Одредити $(g \circ (h - (g \circ f)))(4)$, уколико постоји.
6. Нека је $g(x) = 3x - 2$. Одредити функцију f , такву да је $(f \circ g)(x) = 18x^2 - 36x + 19$.
7. Доказати да је, за $n \in \mathbb{N}$, број:
 - a) $5^{n-1} + 2^n$ делив са 3;
 - б) $6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$ делив са 11.
8. Доказати да је:
 - a) $2^n > n^2$, за све природне бројеве $n \geqslant 5$;
 - б) $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1)$, за све природне бројеве n .
9. Доказати да је, за сваки природан број n , број $\frac{n^4}{24} + \frac{n^3}{4} + \frac{11n^2}{24} + \frac{n}{4}$ такође природан број.
10. Испитати да ли су следећи подскупови скупа \mathbb{Q} ограничени и да ли имају минимални и максимални елемент.
 - a) $A = \{2\}$;
 - б) $B = \{b_1, b_2, \dots, b_k\}$, $b_j \in \mathbb{Q}$, $j = \overline{1, k}$;
 - в) $C = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$;
 - г) $D = \left\{ \frac{n}{n+m} \mid n, m \in \mathbb{N} \right\}$;
 - д) $X = \{x \in \mathbb{Q} \mid 0 < x \wedge x^2 < 2\}$;
 - ђ) $Y = \{y \in \mathbb{Q} \mid 0 < y \wedge 2 < y^2\}$.
11. Нека је $S = \left\{ \frac{1}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$. Одредити, уколико постоји: а) $\inf S$; б) $\sup S$; в) минимални елемент; г) максимални елемент скупа S .
12. Испитати да ли су следећи подскупови скупа \mathbb{R} ограничени одозго, односно одоздо и одредити минимум, максимум, супремум, инфимум, ако постоје.
 - а) \mathbb{Q} ;
 - б) $[1, 2) \cup (2, 3]$;
 - в) $\left\{ 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \right\}$.