

1. Без коришћења Лопиталове теореме, одредити следеће граничне вредности:

а) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{x - 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x - 1} \right)^x$.

2. Израчунати следеће граничне вредности:

а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} e^{-\frac{1}{x}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0+} \operatorname{arctg} e^{-\frac{1}{x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0-} \operatorname{arctg} e^{-\frac{1}{x}}$.

3. Одредити: а) $\lim_{x \rightarrow 0-} \sqrt[3]{\frac{5x^3 - 3|x|}{x}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x+1| - |x-1|}{x}$.

4. Дата је функција $f(x) = [x]$, где је $[\cdot]$ функција цео део. Одредити, ако постоји:

а) $\lim_{x \rightarrow 0+} ([x^3] - [x])$; б) $\lim_{x \rightarrow 1-} [x^2 - x]$.

5. Одредити b , ако постоји, тако да $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{bx^2 + 15x + 15 + b}{x^2 + x - 2}$ буде коначан.

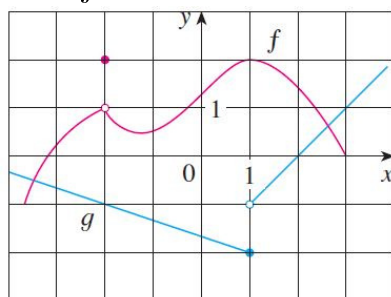
6. Израчунати следеће лимесе ако је $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = A$ и $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = B$.

а) $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x^2 - x)$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0-} (f(x^2) - f(x))$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x^3 - x)$.

7. Користећи податке дате на графицима функција f и g , приказаних на слици, израчунати следеће лимесе, ако постоје:



а) $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x) + 5g(x)]$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)g(x)]$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$.

8. Заокружити тачан исказ.

а) $\lim_{x \rightarrow 0+} \operatorname{arctg}(\ln x) = -\frac{\pi}{2}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1-} \operatorname{arctg}(\ln x) = 0$;

в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(\operatorname{arctg} x) = +\infty$;

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0+} \ln(\operatorname{arctg} x) = -\infty;$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} e^{-\frac{1}{x}} = \frac{\pi}{2}.$$

9. Испитати постојање асимптота следећих функција:

$$\text{а) } y = \frac{x^2 - 4}{1 - x^2}; \quad \text{б) } y = x e^{\frac{1}{x}}; \quad \text{в) } y = \ln \frac{x^3}{x+1}.$$

10. Нека је $y = f(x)$ једначина криве која лежи између параболе $x^2 = y - 1$ и хиперболе $yx + y - 1 = 0$ Одредити, ако постоји, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

11. Скицирати график примера функције f која задовољава следеће услове: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 3-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 3+} f(x) = 2$, док у тачки $x = 5$ гранична вредност функције не постоји.

12. Скицирати график примера функције f која задовољава следеће услове: $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = 1$, док у тачки $x = 0$ функција није дефинисана.