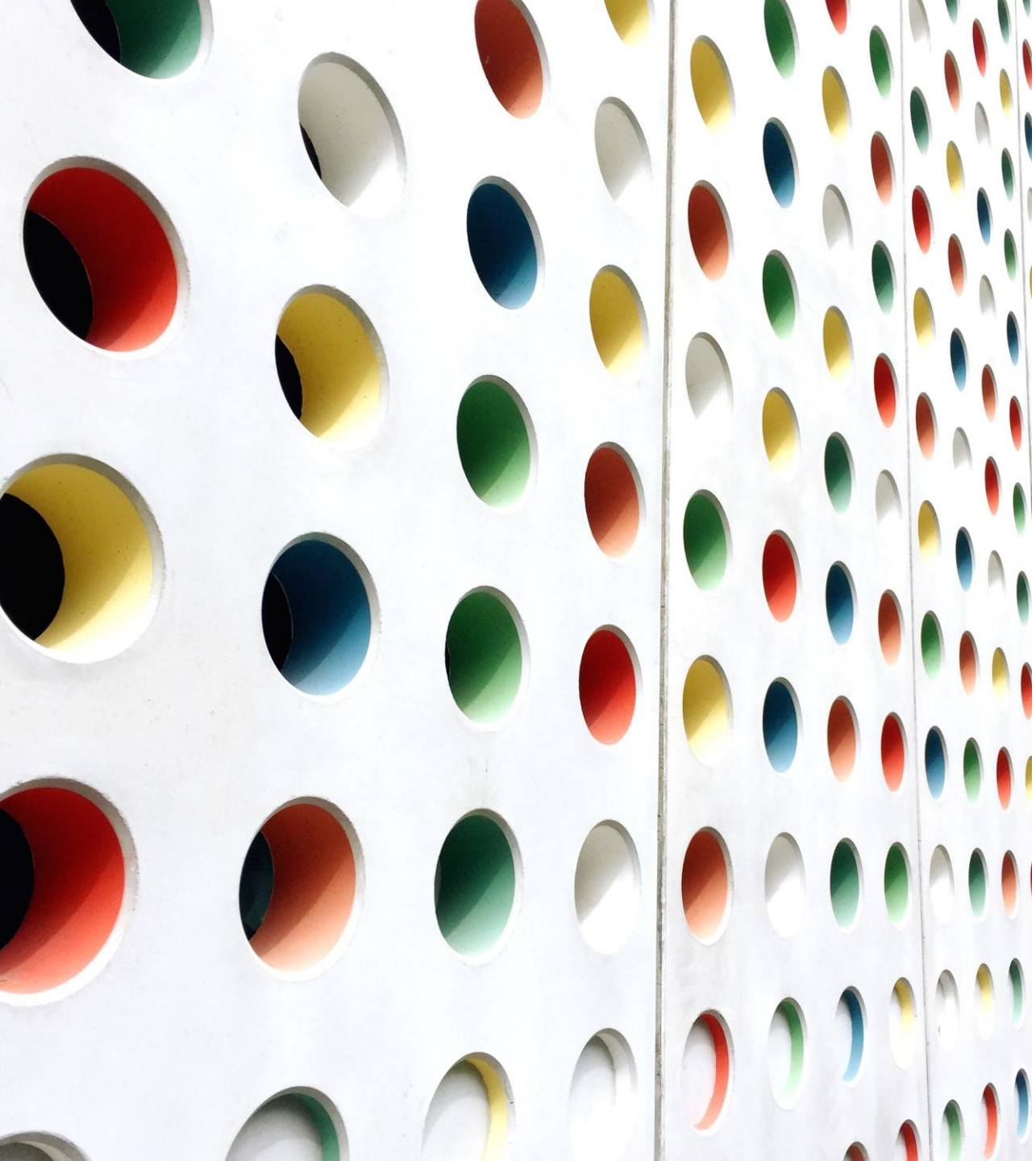

Концептуални и теоријски оквир – модели и моделирање

1. ДЕО КУРСА

Неке специјалне врсте моделирања

Регресиона анализа (*regression analysis*)

- Посебна врста моделирања заслужује посебну пажњу када говоримо о процесу моделирања. Уобичајено је да се у разним ванматематичким областима приступа такозваном фитовању криве (*curve-fitting)*, или шире регресионој анализи.
- Често се моделар суочава са скупом парова повезаних података (x_1, y_1), (x_2, y_2), …, (x_n, y_n), где се претпоставља да постоји нека врста функционалне зависности између величина x и y, која се користити за интерполацију или екстраполацију унутар или изван скупа података, али конкретан функционални однос величина и није познат. Моделар тада жели да осмисли функционални однос величина x и y како би математизовао ситуацију.

Неке специјалне врсте моделирања

Регресиона анализа

Уочавају се два различита случаја.

1. У случају да моделар, на основу знања о ванматематичком контексту и ситуацији, има разлога да верује да је функционални однос одређеног типа – на пример тригонометријска, линеарна или полиномска функција, степена, експоненцијална или логаритамска функција – корак математизације потпада под оно што је већ речено. Избор функције међу функцијама датог типа онда постаје проблем коришћења датог скупа података. То се дешава у фази математичке обраде, који често обухвата статистичке методе и технике, укључујући и статистичку регресиону анализу.

Неке специјалне врсте моделирања

Регресиона анализа

2. У случају да моделар нема појма о типу функције скупа података, корак математизације има сасвим другачији облик. Моделар ће морати да наметне неку врсту функције скупу података (обично након што је унео парове као тачке у координатни систем) а да није изабрао њен тип на основу структурних или суштинских разматрања која се односе на екстра-математички домен. На основу чега онда моделар може наметнути тип функције скупу података?

   - ✓ Или тако што су визуелно инспирисани локацијом тачака података у координатном систему – можда се чини да тачке леже на правој линији; на нагло растућој или опадајућој кривој са или без очигледних асимптота, итд. – што сугерише да се размотри одређени тип функције,
   - ✓ или коришћењем чињенице да кроз n ($n > 1$) тачака у координатном систему, од којих нема две имају исту x-вредност, постоји једнозначно одређен полином степена највише $n - 1$ чији график садржи тих n тачака. Одређивање тог полинома и претпоставка да полином такође представља све потенцијалне тачке података у релевантном домену онда даје математизацију ситуације и њен модел.

Неке специјалне врсте моделирања

Регресиона анализа

Уочавају се два различита случаја Са формалне тачке гледишта, ове две врсте математизације су потпуно прихватљиве упоредо са било којом другом врстом математизације. Али овај процес моделирања је значајно скраћен пошто није било претходног математичког процеса у генерисању математике. У ствари, неко би могао да перципира математизацију као резултат одређене врсте математичког третмана скупа података. То значи да први део циклуса моделирања није релевантан у овом контексту. Међутим, математичка обрада, дематематизација, валидација одговора и евалуација модела, последњим фазама процеса моделирања, приступа се на исти начин као и са било којим моделом добијеним након прве пре-математизације. Слично томе, одговарајући делови циклуса моделирања такође остају релевантни у овој ситуацији.

Неке специјалне врсте моделирања

Решавање проблема примењене математике (*applied mathematical problem solving*)

- Раније био синоним за математичко моделирање, а данас означава решавање математичких проблема који произилазе из проблема који се односе на ванматематички домен за који је математички модел већ успостављен пре активности решавања проблема.

- Размотримо ситуацију у којој такси компанија А наплаћује $\mathrm{P}_A(k,t) = 15{,}55k + 7{,}14t + 38$ за k km дугу вожњу са временом чекања t, док компанија Б наплаћује $\mathrm{P}_B(k,t) = 16k + 6t + 36$ за исту вожњу, а питање је: „Под којим околностима треба изабрати компанију А, компанију Б?“ Као и у случају регресионе анализе, и даље имамо посла са математичким моделом, али не и са потпуним процесом моделирања, јер је модел дат и и процес моделирања и циклус моделирања су скраћени.

Неке специјалне врсте моделирања

Насупрот представљена два типа које каректерише скраћени циклус моделирања, где математизација практично не зависи од дубљег познавања екстра-математичког домена, много проблема захтева пун циклус.

- „Колика је површина коју покрива литар воде просуте по поду?“
- „Колико листова траве има на травњаку од $20\ \mathrm{m}^2$?“
- „Колико људи може да седи за вечеру у сали за теретану?“
- „Колико длака у коси има девојчица?“

Иако су, у принципу, затворени када је реч о врсти тражених одговора (углавном само број или количина), они су изузетно отворени када је у питању избор оквира у коме се могу прецизирати и бавити. То значи да се већина посла укљученог у решавање таквог проблема односи на пре-математизацију (прикупљање информација и података, поједностављења, идеализације и претпоставке). Обично постоји широк спектар могућих и изводљивих претпоставки. Постоји веома широк спектар могућих и разумних одговора.

Неке специјалне врсте моделирања

- Која је величина власишта девојчице и колико густо расту длаке ?

Решење.

Неке специјалне врсте моделирања

- Која је величина власишта девојчице и колико густо расту длаке ?

Решење. Узимајући грубе мере, величину скалпа девојчице можемо проценити као површину хемисфере полупречника $9\ \mathrm{cm}$, дакле $2\pi 9^2\ \mathrm{cm}^2$, тј. $500\ \mathrm{cm}^2$, са распоном површина између $350\ \mathrm{cm}^2$ и $700\ \mathrm{cm}^2$.

Неке специјалне врсте моделирања

- Која је величина власишта девојчице и колико густо расту длаке ?

Решење. Узимајући грубе мере, величину скалпа девојчице можемо проценити као површину хемисфере полупречника $9\ \mathrm{cm}$, дакле $2\pi 9^2\ \mathrm{cm}^2$, тј. $500\ \mathrm{cm}^2$, са распоном површина између $350\ \mathrm{cm}^2$ и $700\ \mathrm{cm}^2$. Густина људске косе зависи од неколико фактора, укључујући боју косе, пол, старост и географску регију

Неке специјалне врсте моделирања

- Која је величина власишта девојчице и колико густо расту длаке ?

Решење. Узимајући грубе мере, величину скалпа девојчице можемо проценити као површину хемисфере полупречника $9\ \mathrm{cm}$, дакле $2\pi 9^2\ \mathrm{cm}^2$, тј. $500\ \mathrm{cm}^2$, са распоном површина између $350\ \mathrm{cm}^2$ и $700\ \mathrm{cm}^2$. Густина људске косе зависи од неколико фактора, укључујући боју косе, пол, старост и географску регију, па замислимо да је питање постављено у разреду 9. разреда у предграђу Америке.

Неке специјалне врсте моделирања

- Која је величина власишта девојчице и колико густо расту длаке ?

Решење. Узимајући грубе мере, величину скалпа девојчице можемо проценити као површину хемисфере полупречника $9\ \mathrm{cm}$, дакле $2\pi 9^2\ \mathrm{cm}^2$, тј. $500\ \mathrm{cm}^2$, са распоном површина између $350\ \mathrm{cm}^2$ и $700\ \mathrm{cm}^2$. Густина људске косе зависи од неколико фактора, укључујући боју косе, пол, старост и географску регију, па замислимо да је питање постављено у разреду 9. разреда у предграђу Америке. Број длака по cm^2 може се одредити пребројавањем власи у подручју од око $1\ \mathrm{cm}^2$ скалпа неких девојчица из тог разреда. Претпоставимо да је просечан број око 230 длачица по cm^2, са распоном између 150 и 300.

Неке специјалне врсте моделирања

- Која је величина власишта девојчице и колико густо расту длаке ?

Решење. Узимајући грубе мере, величину скалпа девојчице можемо проценити као површину хемисфере полупречника $9\ \mathrm{cm}$, дакле $2\pi 9^2\ \mathrm{cm}^2$, тј. $500\ \mathrm{cm}^2$, са распоном површина између $350\ \mathrm{cm}^2$ и $700\ \mathrm{cm}^2$. Густина људске косе зависи од неколико фактора, укључујући боју косе, пол, старост и географску регију, па замислимо да је питање постављено у разреду 9. разреда у предграђу Америке. Број длака по cm^2 може се одредити пребројавањем власи у подручју од око $1\ \mathrm{cm}^2$ скалпа неких девојчица из тог разреда. Претпоставимо да је просечан број око 230 длачица по cm^2, са распоном између 150 и 300. Груба процена броја власи је $500 \cdot 230 = 115\ 000$. Ако израчунамо екстреме, на крају ћемо добити резултат између $350 \cdot 150 = 52\ 500$ и $700 \cdot 300 = 210\ 000$. Екстреми се разликују за фактор $2 \cdot 2 = 4$, али ред величине је $100\ 000$, па је разумно рећи: Број длака девојчице (у овој класи) је (веома грубо) $100\ 000$.