

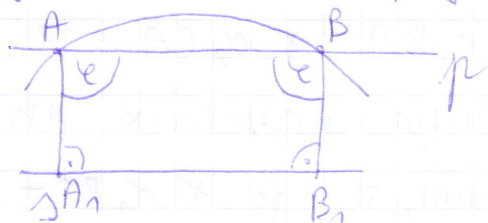
Други колеквијум из
Нееуклидских геометрија
15.01.2023.

① Дана је еквидисанта ϵ са основ s у хиперболичкој равни. Права p сече еквидисанту у тачкама A и B . Доказати да права p :

- (а) не сече основу s еквидисанте;
(б) није паралелна са основом s еквидисанте.

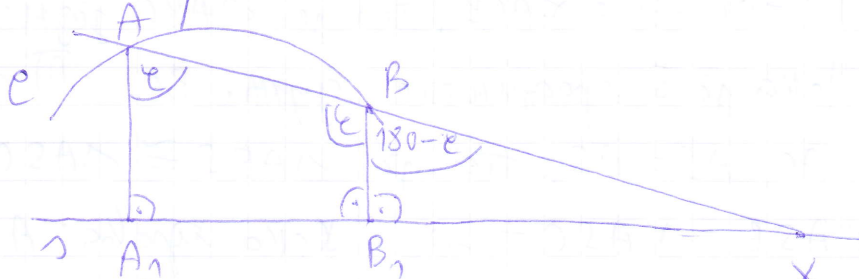
Решетње:

Нека су A_1 и B_1 поднаница нормала из тачака A и B на основици s . Тада је према шедрету (две тачке еквидисанте су подједнако удаљене од исте основе) $AA_1 = BB_1$, па је AA_1B_1B Сакеријев четвороугао.

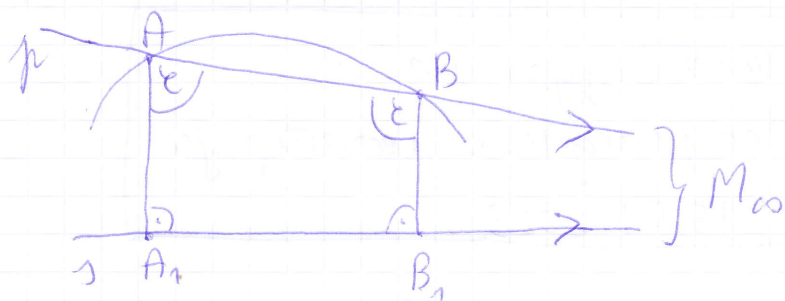


Узглед на противосновици Сакеријева четвороугла су оштри, па је $\angle A = \angle B = \epsilon < 90^\circ$.

(а) Претпоставимо да права p сече основу s у тачки X . Тада је $\angle B_1BX = 180^\circ - \epsilon > 90^\circ$ и $\angle B_1BX = 90^\circ$, па је збир углова у $\triangle BB_1X$ већи од 180° , што је према шедрету немогуће. Зато p не сече s .



(б) Претпоставимо да је $p \parallel s$ у смеру $\vec{AB}$, тако да $M_\infty \in p$, $M_\infty \in s$.

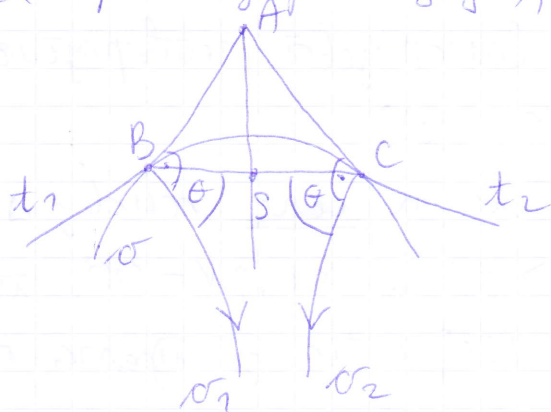


Тада је $\angle A_1AB = \epsilon$ угао паралелности у тачки А и $\angle B_1BM_\infty$ угао паралелности у тачки В. Како је $\angle B_1BM = 180^\circ - \epsilon > 90^\circ$, а угао паралелности је антипарпетан метри, добијемо контрадејекцију. Зато није р113.

② Из тачке А извад кружика σ повучете у тачке лежице на кружика, где га додирују у тачкама В и С. Доказати да тачка А припада медијани линије ВС.

Решетје:

Нека су t_1 и t_2 тангенте кружика где га додирују у тачкама В и С редом. Овдеште са σ_1 и σ_2 се кружика, тако да је $\angle \sigma_1BA = \angle \sigma_2CA = 90^\circ$. Како $B, C \in \sigma$, права ВС је линија једнаких житоа правих σ_1 и σ_2 (према дефиницији), па је $\angle \sigma_1BC = \angle \sigma_2CB = \theta$.



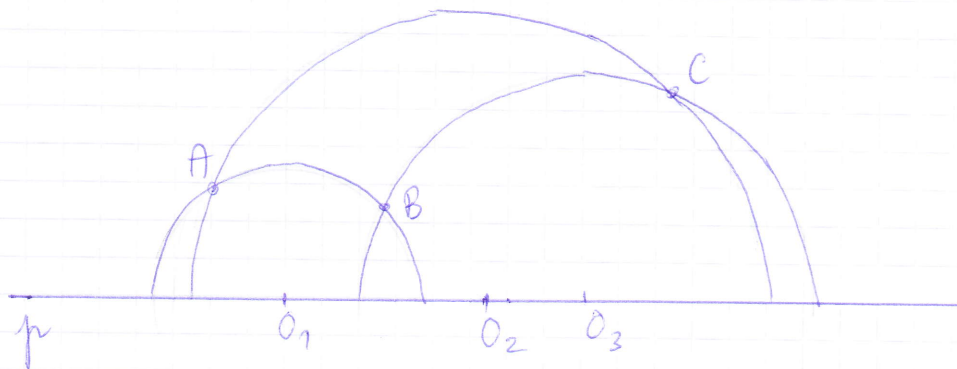
Ошуда је $\angle ABC = 90^\circ - \theta = \angle ACB$, па је $\triangle ABC$ једнакокраки, шј $AB = AC$. Нека је S средишње тачке ВС. Тада је $BS = CS$, $AB = AC$, $AS = AS$, па је $\triangle ABS \cong \triangle ASC$ (ССС)

Ошуда је $\angle ASB = \angle ASC = 90^\circ$. Како права AS падеи ВС и $AS \perp BC$, меди да је AS медијана линије ВС.

Закле, А се налази на медијани линије ВС. ▀

③ У Понкаревоваг модела, апсолута је права r . У том моделу, дати је $\triangle ABC$ чија су два при тешена коначне h -тачке и чије су две при стране представљене кружним луковима. Конструисати центар апсолутног круга тог троугла.

Решење:



Нека је ABC h -троугао. Левојко је конструисати симетрале две стране, на пример AB и BC . Тада је у пресеку тих симетрала центар апсолутног круга. (На венбона је задатик како се конструисае симетрала неке дужине).

④ У Понкаревоваг диса моделу апсолута је кружница k . Конструисати било који h -троугао чија су два при тешена на апсолуту.

Решење:

Конструисае пречник AB и неку симетрау која сече апсолуту у тачки C . Затим конструисае тангенту у тачкама A и B и симетрале тешива AC и BC .

У пресеку тангенти и симетрала су центри O_1 и O_2 кружница k_1 и k_2 . Кружни луци $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ и пречник AB чине један h -троугао са бесконачно далеком тешетином.

