

ОДАБРАНА ПОГЛАВЉА АНАЛИЗЕ - домаћи

Сваком студенту додељена су два задатка (који носе по 2 поена), на основу броја индекса. Рок за слање решених задатака је 13. 1. 2024. до 22:00. Задатке послати путем Teams-а.

- Одредити функцију f која задовољава следећа два услова:
(1) $f''(x) = 6x - 12$, за свако $x \in \mathbb{R}$;
(2) график криве $y = f(x)$ пролази кроз тачку $(2, 5)$ и тангента криве у тој тачки је хоризонтална. (студент **1005/2023**)
- Тачка се креће по x -оси, тако да је њено убрзање у тренутку t једнако $\frac{3}{4}\pi^2 \sin^2 t$. У почетном тренутку тачка се налази у 4. Ако је тачка у тренутку $t = 1$ у 0, где се налази у тренутку $t = 5$? (студент **1020/2023**)
- Од свих правоугаоника чија је једна страница на позитивном делу x -осе и који леже испод криве $y = 4 \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, одредити странице правоугаоника са највећим обимом. (студент **1017/2023**)
- Колико је растојање тачке $(8, 4)$ од тангенте криве $f(x) = 3x^2 - 4x + 6$ у $x = 1$? (студент **1022/2023**)
- Тангента параболе $y = 1 - x^2$ у тачки са позитивном апсцисом и позитивни делови координатних оса формирају троугао. Колика је најмања могућа површина таквог троугла? (студент **1016/2023**, Анастасија Радисављевић)
- Треба изградити отворени ваљкасти резервоар запремине 192 m^3 . Ако материјал за стране кошта 3 долара по квадратном метру, а материјал за дно кошта 9 долара по квадратном метру, одредити полупречник основе и висину резервоара, тако да изградња буде најјекономичнија. (студент **1013/2023**)
- Одредити реалан број k , тако да је права $y = 6x + 4$ тангента параболе $y = x^2 + k$. (студент **1010/2022**)
- Нека је $f(x) = \frac{x-1.5}{x^2+2}$ и $g(x) = \frac{x^2+1}{x^2+2}$. За које x криве $y = f(x)$ и $y = g(x)$ имају паралелне тангенте? (студент **1010/2023**)
- Испитати да ли је права $x = 0$ вертикална асимптота функције $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \ln \cos x$. (студент **1012/2023**)
- Од парчета жице дужине 4m треба да направити једнакостранични троугао и квадрат. Одредити странице троугла и квадрата за које је укупна површина троугла и квадрата највећа могућа. (студент **1002/2023**)
- Свака страница књиге мора да садржи 30 cm^2 штампаног текста и свака страница мора имати маргине ширине 2 cm на врху и на дну и маргине ширине 1 cm са леве и десне стране. Која је минимална могућа површина такве странице? (студент **1008/2023**)

12. Кутија без поклопца треба да има квадратну основу и запремину од 13500 cm^3 . Одредити димензије кутије, такве да је за њену израду потребна најмања могућа количина материјала. (студент Катарина Ивановић)
13. Ако је $g(2) = -4$ и $g'(x) = \sqrt{x^2 + 5}$, за свако $x \in \mathbb{R}$, одредити приближно $g(2.05)$. Да ли је добијена приближна вредност већа или мања од тачне вредности (образложити)? (студент **1015/2023**)
14. Затворена кутија са квадратном основом треба да има запремину од 252 cm^3 . Доњи део кошта 5 долара по cm^2 , горњи кошта 2 долара по cm^2 , а странице коштају 3 долара по cm^2 . Одредити кутије, тако да трошкове израде буду најмањи могући. (студент **1021/2023**)
15. Челични ваљак треба направити тако да збир његове висине и пречника буде 3m. Одредити димензије тако да запремина тог ваљка буде максимална могућа. (студент **276/2014**, Јована Војиновић)
16. Правогаоник је уписан у троугао који граде праве $y = 0$, $y = 4x$ и $y = -5x + 6$, тако да се два темена правоугаоника налазе се на позитивном делу x -осе, а друга два темена су на правама $y = 4x$ и $y = -5x + 6$. Колика је највећа могућа површина таквог правоугаоника? (студент **216/2019**, Тамара Диволић)
17. Одредити $h(t)$ ако је $h''(t) = 24t^2 - 48t + 2$, $h(1) = -9$ и $h(-2) = -4$. (студент **1002/2023**)
18. Ако је $\int_{-2}^x f(t)dt = x^2 \sin(\pi x)$, $x \in \mathbb{R}$, одредити $f(\frac{1}{3})$. (студент **1010/2022**)
19. Област R ограничена је кривом $y = \ln x$ и правама $y = 0$ анд $x = e^3$. Одредити запремину тела насталог ротацијом области R око y -осе. (студент **1015/2023**)
20. Одредити $\int_0^2 \sqrt{2x - x^2} dx$ без коришћења Њутн-Лајбницевог формуле. (студент **1005/2023**)
21. За $f(x) = (x^2 + 2x + 2)^{-1}$, $x \in \mathbb{R}$, одредити за које x је функција $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ конкавна. (студент **1021/2023**)
22. Нека је $5x^3 + 40 = \int_c^x f(t)dt$. Одредити $f(x)$. Одредити c . (студент **1013/2023**)
23. Нека је R област ограничена параболом $y = -x^2 + 6x - 8$ и x -осом. Одредити запремину тела које се добија ротацијом области R око y -осе. (студент **1008/2023**)
24. Одредити криву $y = f(x)$ за коју је $\frac{d^2y}{dx^2} = 6x$, која пролази кроз $(0, 1)$ и чија је тангента у $(0, 1)$ паралелна x -оси. (студент **1010/2023**)
25. Одредити дужину лука криве $y = \frac{x-1}{4x^2+1}$, за $x \in [-0.5, 1]$. (студент **276/2014**, Јована Војиновић)

26. Температура током 1. јануара 2022. године у Њујорку дата је функцијом

$$T(h) = -A - B \cos \frac{\pi h}{12},$$

где је T температура у фаренхајтима, а h је број сати протеклих од поноћи ($0 \leq h \leq 24$). Ако је почетна температура ($h = 0$) била -15°F , а у подне 5°F , одредити константе A и B . Одредити просечну температуру током првих 10 сати. (студент **1020/2023**)

27. Област R ограничена је кривом $y = \sin x \cos x$ и x -осом, од $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{2}$. Одредити запремину тела насталог ротацијом области R око x -осе. (студент Катарина Ивановић)

28. За $a > 0$, одредити $\int_0^a (\sqrt{a^2 - x^2} - a + x) dx$, без коришћења Њутн-Лајбницевог формуле. (студент **1012/2023**)

29. За $g(x) = (5 + 7 \cos^2(2\pi x) - \sin(4\pi x))^{-1}$ и $f(x) = \int_{x^3}^2 g(t) dt$, одредити $f'(0.5)$. (студент **1022/2023**)

30. Одредити $\int_0^4 f(x) dx$, за $f(x) = \begin{cases} 2 + \sqrt{2x - x^2}, & 0 \leq x \leq 2, \\ 4 - x, & x > 2. \end{cases}$ (студент **216/2019**, Тамара Диволић)

31. Одредити интервале на којима је функција $f(x) = \int_0^x \frac{1 - t^2}{3 + t^4}$ монотонно растућа. као и интервале на којима је конкавна. (студент **1017/2023**)

32. Одредити реални параметар k , тако да интеграл $\int_0^\infty \left(\frac{k}{3x + 1} - \frac{2x}{x^2 + 1} \right) dx$ конвергира. За такво k одредити вредност интеграла. (студент **1016/2023**, Анастасија Радисављевић)