

Први колоквијум из Комплексне анализе 1

4. децембар 2022. године

1. **(7 поена)** Нека је $0 < x < 2$ и нека су m и n ($m > n$) природни бројеви. Доказати неједнакост

$$|e^{in\pi x} + e^{i(n+1)\pi x} + \dots + e^{im\pi x}| \leq \frac{1}{\sin \frac{\pi x}{2}},$$

а затим доказати неједнакост

$$|\sin n\pi x + \sin (n+1)\pi x + \dots + \sin m\pi x| \leq \frac{1}{\sin \frac{\pi x}{2}}.$$

2. **(8 поена)** Одредити параметар a тако да функција

$$u(x, y) = ax^2 - 2xy - 2y^2$$

буде хармонијска у читавој Oxy равни, а затим одредити аналитичку функцију $f(z)$ такву да је $\operatorname{Re} f(z) = u(x, y)$ и $f(0) = i$.

3. **(8 поена)** Одредити аналитичку функцију $f(z)$ за коју је

$$\arg f(z) = 2 \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

Напомена. Студенти који слушају предмет **Комплексна анализа** (по старом програму) могу освојити на овом колоквијуму највише **15 поена**.