

Први колоквијум из Комплексне анализе 1

19. новембар 2023. године

1. (а) **(4 поена)** Доказати да је

$$1 - 3 \binom{n}{2} + 9 \binom{n}{4} - 27 \binom{n}{6} + \cdots = (-1)^n 2^n \cos \frac{2n\pi}{3}.$$

- (б) **(4 поена)** Нека је $n \geq 2$ природан број и $\omega \neq 1$ n -ти корен јединице. Доказати да важи

$$1 + 2\omega + 3\omega^2 + \cdots + n\omega^{n-1} = \frac{n}{\omega - 1}.$$

2. **(8 поена)** Одредити аналитичку функцију $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ чији је имагинарни део функција $v(x, y) = \ln((x-1)^2 + (y-2)^2)$.
3. **(7 поена)** Одредити све функције $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ такве да су функције u и u^2 хармонијске на $\mathbb{R}^2$.

Напомена. Студенти који слушају предмет **Комплексна анализа** (по старом програму) могу освојити на овом колоквијуму највише **15 поена** (поени ће им бити скалирани).