

Комплексна анализа - први колоквијум

10.4.2021. године

1. а) Одредити све $z \in \mathbb{C}$ за које важи:

$$(1 + i)z^4 - (1 - i)z = 0.$$

- б) Одредити све $z \in \mathbb{C}$ за које важи:

$$\arg(z^6) = \arg(-z^2) \quad \text{и} \quad \operatorname{Re}(z^3) = 4\sqrt{2}.$$

- в) Доказати да $f(z) = z^{13} - 4z^{10} + 2z^7 - 4z^4 + 12z$ има тачно једну нулу унутар јединичног круга са центром у координатном почетку.

2. Одредити све аналитичке функције $f(z) = u(x, y) + i \cdot v(x, y)$ чији је имагинарни део једнак

$$v(x, y) = \ln(x^2 + y^2) - 6y.$$

3. Одредити најопштију аналитичку функцију $f(z) = u(x, y) + i \cdot v(x, y)$ чији је реални део функција

$$u(x, y) = \varphi(x) + x \cdot \psi(y),$$

где су φ и ψ из класе $C^2(\mathbb{R})$. Функцију f изразити по променљивој z .

Комплексна анализа - први колоквијум

10.4.2021. године

1. а) Одредити све $z \in \mathbb{C}$ за које важи:

$$(1 + i)z^4 - (1 - i)z = 0.$$

- б) Одредити све $z \in \mathbb{C}$ за које важи:

$$\arg(z^6) = \arg(-z^2) \quad \text{и} \quad \operatorname{Re}(z^3) = 4\sqrt{2}.$$

- в) Доказати да $f(z) = z^{13} - 4z^{10} + 2z^7 - 4z^4 + 12z$ има тачно једну нулу унутар јединичног круга са центром у координатном почетку.

2. Одредити све аналитичке функције $f(z) = u(x, y) + i \cdot v(x, y)$ чији је имагинарни део једнак

$$v(x, y) = \ln(x^2 + y^2) - 6y.$$

3. Одредити најопштију аналитичку функцију $f(z) = u(x, y) + i \cdot v(x, y)$ чији је реални део функција

$$u(x, y) = \varphi(x) + x \cdot \psi(y),$$

где су φ и ψ из класе $C^2(\mathbb{R})$. Функцију f изразити по променљивој z .