

Комплексна анализа - други колоквијум

12. јун 2022. године

1. Развити функцију $f(z) = \frac{z^2 + 2022}{z^2 - 1}$ у Лоранов ред по степенима од $z - 1$ тако да добијени ред конвергира у тачки $z = 2i$. Одредити остатак функције у тачки $z = \infty$.
2. Испитати природу сингуларитета у проширеној комплексној равни и одредити остатке функције $f(z) = \frac{1 - \sin z}{z(z - \frac{\pi}{2})^2}$. Израчунати $\oint_L f(z) dz$, ако је крива $L = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + \frac{\pi}{2}| = r, r \neq \{\frac{\pi}{2}, \pi\}\}$ позитивно орјентисана.

3. Коришћењем Кошијеве интегралне формуле, израчунати интеграл

$$\int_{|z|=2} \frac{e^z + \sin^2 z}{(z^2 + 1)^2} dz.$$

4. Користећи теорему о остацима израчунати вредност несвојственог интеграла

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^4}.$$