I KOLOKVIJUM IZ ANALITIČKE GEOMETRIJE

17. decembar 2010. godine

Zadatak 1. (6 poena) Vektor $\overrightarrow{OM}$ sa osom Ox gradi ugao $\alpha = \pi/4$, a sa osama Oy i Oz jednake oštre uglove β i γ. Naći zapreminu tetraedra čija se temena poklapaju sa tačkom M i sa njenim ortogonalnim projekcijama N, P, Q na ose Ox, Oy i Oz ako je $||\overrightarrow{OM}|| = 8$.

Zadatak 2. (6 poena) Dat je jednakostraničan trougao ABC čije je težište tačka T, a stranice su dužine 1. Neka su data dva koordinatna sistema.

Sistem Axy ima početak u tački A, a koordinatni vektori su $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{AC}$.

Sistem $Tx'y'$ ima početak u tački T, a koordinatni vektori su $\overrightarrow{e_1}'$ i $\overrightarrow{e_2}'$, pri čemu su $\overrightarrow{e_1}'$ i $\overrightarrow{e_2}'$ jedinični vektori vektora težišnih duži AA_1 i BB_1. Izraziti koordinate (x, y) proizvoljne tačke M u odnosu na kordinatni sistem Axy pomoću koordinata (x', y') iste tačke u odnosu na kordinatni sistem $Tx'y'$. Odrediti koordinate svih temena trougla ABC u oba koordinatna sistema.

Zadatak 3. (6 poena) Dokazati da prave $l_1 : \dfrac{x - \frac{11}{7}}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z - \frac{8}{7}}{0}$ i $l_2 : \begin{cases} 3x + y + 3z + 7 = 0 \\ 5x - 3y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$ pripadaju istoj ravni. Odrediti jednačinu te ravni. Naći tačku M koja je simetrična sa tačkom $P(-3, 2, 5)$ u odnosu na ovu ravan.

Zadatak 4. (6 poena) Napisati jednačinu sferne površi koja dodiruje ravan $\pi : x + 2y + 2z + 3 = 0$ u tački $A(1, 1, -3)$, a njen poluprečnik ima dužinu 3.