

ЗАДАЦИ ЗА ДОМАЋИ
Хомогене диференцијалне једначине

1. Решити једначине:

- (1) $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x},$
- (2) $(y + \sqrt{xy})dx = xdy,$
- (3) $(y^4 - 2x^3y)dx + (x^4 - 2xy^3)dy = 0,$
- (4) $xy' = y + \sqrt{x^2 - y^2},$
- (5) $x^2yy' = 2x^3 - y^3,$
- (6) $xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y + x,$
- (7) $2xy = (y^2e^{-\frac{x^2}{y^2}} + y^2 + 2x^2)y',$
- (8) $xy' + x \operatorname{tg} \frac{y}{x} - y = 0.$

Решења:

- (1) $\ln \frac{x+y}{x} = cx \quad y = 0,$
- (2) $x^2 \ln(cx^2) = \sqrt{xy} \quad x = 0 \quad y = 0,$
- (3) $x^3 + y^3 = cxy,$
- (4) $\arcsin \frac{y}{x} = \operatorname{sgn} x \ln |x| + c \quad y = x \quad y = -x,$
- (5) $\ln \frac{2x^2+2xy+y^2}{x^{10}(x-y)^2} = c + 6 \operatorname{arctg} \frac{x+y}{x},$
- (6) $e^{\frac{y}{x}} = \frac{cx}{1-cx},$
- (7) $y = (1 + e^{\frac{x^2}{y^2}}),$
- (8) $x \sin \frac{y}{x} = c.$

2. Решити једначине:

- (1) $(3y - 7x + 7)dx + (7y - 3x + 3)dy = 0,$
- (2) $(2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0,$
- (3) $(2y - 6x)y' - y + 3x + 2 = 0,$
- (4) $(4y - 3x + 5)y' - 3y + 7x + 2 = 0.$

Решења

- (1) $(y - x + 1)^2(y + x - 1)^5 = c,$
- (2) $(y - 2x)^3 = c(y - x - 2)^2,$
- (3) $(5y - 15x + 2)^4 = c(2y - x),$
- (4) $4y^2 - 6xy + 7x^2 - 10y + 4x = c.$