

ЗАДАЦИ ЗА ДОМАЋИ
Рикатијеве диференцијалне једначине

1. Решити диференцијалне једначједначине ако је дато партикуларно решење:

- (1) $y' + y^2 + \frac{1}{x}y - \frac{4}{x^2} = 0$ партикуларно $y = \frac{a}{x}, a \in \mathbb{R}$;
- (2) $xy' - xy^2 - (2x^2 + 1)y - x^3 = 0$ партикуларно $y = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$;
- (3) $xy' = y^2 - (2x + 1)y + x^2 + 2x$ партикуларно $y = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$;
- (4) $x(2x - 1)y' + y^2 - (4x + 1)y + 4x = 0$ партикуларно $y = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$;
- (5) $y'(1 - \cos x \sin x) + y^2 \cos x - y + \sin x = 0$ партикуларно $y = \cos x$;
- (6) $y' + y^2 \sin x = 2 \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ партикуларно $y = \frac{1}{\cos x}$.

Решења:

- (1) $y = \frac{4cx^4 - 2}{x + cx^5}$;
- (2) $y = -x + \frac{2x}{c - x^2}$;
- (3) $y = x + \frac{1}{cx}$;
- (4) $y = \frac{2x^2 + c}{c + x}$;
- (5) $y = \frac{\cos x + c}{1 + c \sin x}$;
- (6) $y = \frac{1}{\cos x} + 3 \frac{\cos^2 x}{c - \cos^2 x}$.

2. Решити Рикатијеве једначине ако се зна да је партикуларно решење облика $y = \alpha x^\beta, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$:

- (1) $y' = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2x^2}$;
- (2) $x^2(y' + y^2) + 4xy + 2 = 0$;
- (3) $x(x^3 - 1)y' - 2xy^2 + y + x^2 = 0$;
- (4) $2x^2y' - 2y^2 - xy + 2a^2x = 0 \quad a \in \mathbb{R}$;
- (5) $y' = \frac{1}{3}y^2 + \frac{2}{3}x^{-2}$;
- (6) $x^3y' = 2x^4y^2 + \frac{1}{2}$.

Решења

- (1) $y = -\frac{1}{x} + \frac{2}{x(c - \ln|x|)}$;
- (2) $y = -\frac{x - 2c}{x(x - c)}$;
- (3) $y = x^2 + 3 \frac{x - x^4}{c + 2x^3 + x^6}$;
- (4) $y = a\sqrt{x} + cx^{2a}e^{\frac{-8}{\sqrt{x}}}$;
- (5) $y = -\frac{1}{x} + \frac{1}{cx^{\frac{2}{3}} - x}$;
- (6) $y = -\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x^2(c - \ln x^2)}$.