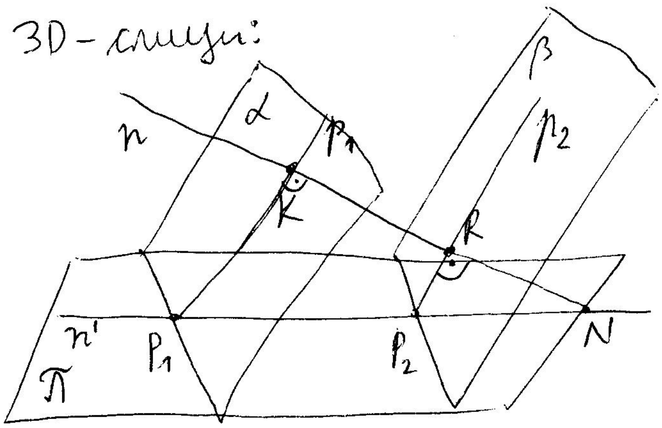
1) Дате су паралелне равни $\alpha(a, K', OK_0)$ и $\beta(b)$.
Конструисати нормално растојање између ових равни.

Решење:

Анализа задатка. Нормално растојање између α и β се одређује постављањем пројектне праве n кроз тачку $K \in \alpha$ која је нормална на α и β. Ако је $n \cap \beta = R$, тада је дуж KR нормално растојање, што се види на 3D-слици:



$n \perp \alpha, \beta$

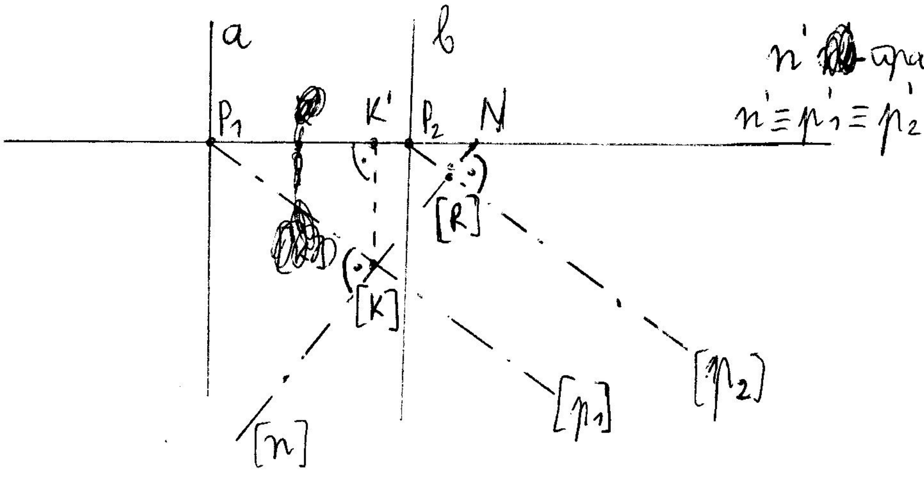
$n \underset{K}{\perp} p_1$

$n \underset{R}{\perp} p_2$

KR- нормално растојање између α и β

Како је $n \underset{K}{\perp} \alpha$ и p_1 нагибница равни α која садржи K, следи да је $n \underset{K}{\perp} p_1$. Слично је $n \underset{R}{\perp} p_2$, где је p_2 нагибница равни β. Троуглови ΔP_1KN и ΔP_2RN су правоугли. Њиховим обарањем у Π добијамо дуж $[K][R]$, која представља тражено растојање.

Конструкција:



a, b: $a \parallel b$; $n' \perp a$,

n' прав., $K' \in n'$, K'- продорна тачка

$[K]$: $K'[K] = OK_0$

$n' \cap a = P_1$- траг наг. p_1

$[p_1] = P_1[K]$

$[n]$: $[K] \in [n]$, $[n] \perp [K]$

$[n] \cap n' = N$, $n' \cap b = P_2$

$[p_2]$: $P_2 \in [p_2]$, $[p_2] \parallel [p_1]$, P_2 – траг нагибнице $p_2 \in \beta$;

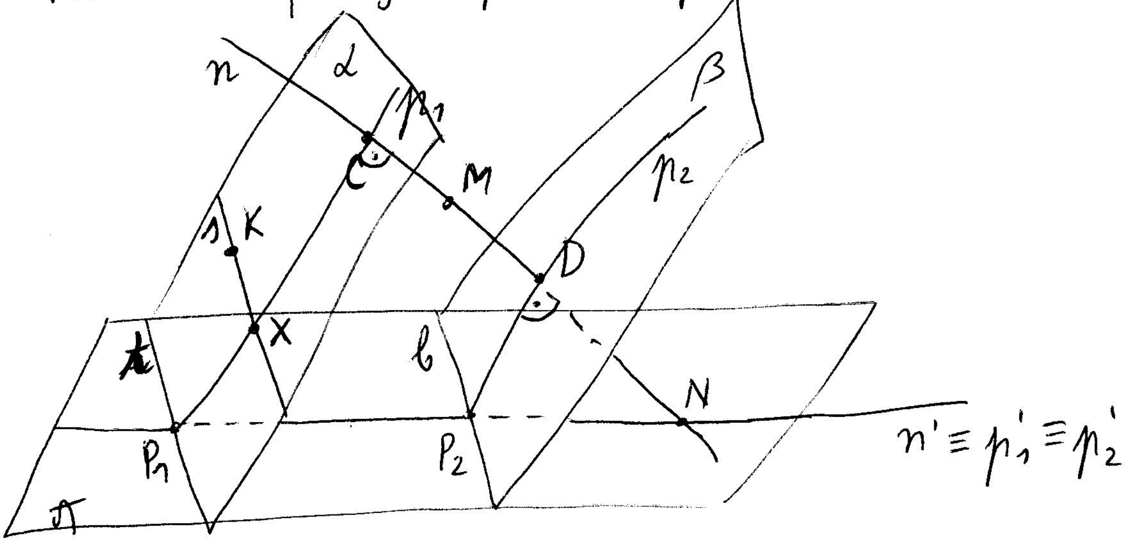
$[p_2] \cap [n] = [R]$

$[K][R]$ – тражено растојање. ⊠

(2) Дата је раван $\alpha(t, K', OK_0)$ и тачка $M(M', OM_0)$. Конструисати раван β симетричну датој равни α у односу на тачку M.

Решење:

Анализа задатка. Да бисмо конструисали раван β, уводимо праву n која садржи M и нормална је на α. Затим нађемо продор C праве n кроз α. Потом на правој n одредимо тачку D тако да је $CM = MD$. На крају поставимо раван β која садржи тачку D и нормална је на n. Раван β је тражена раван, као на 3D-слици:

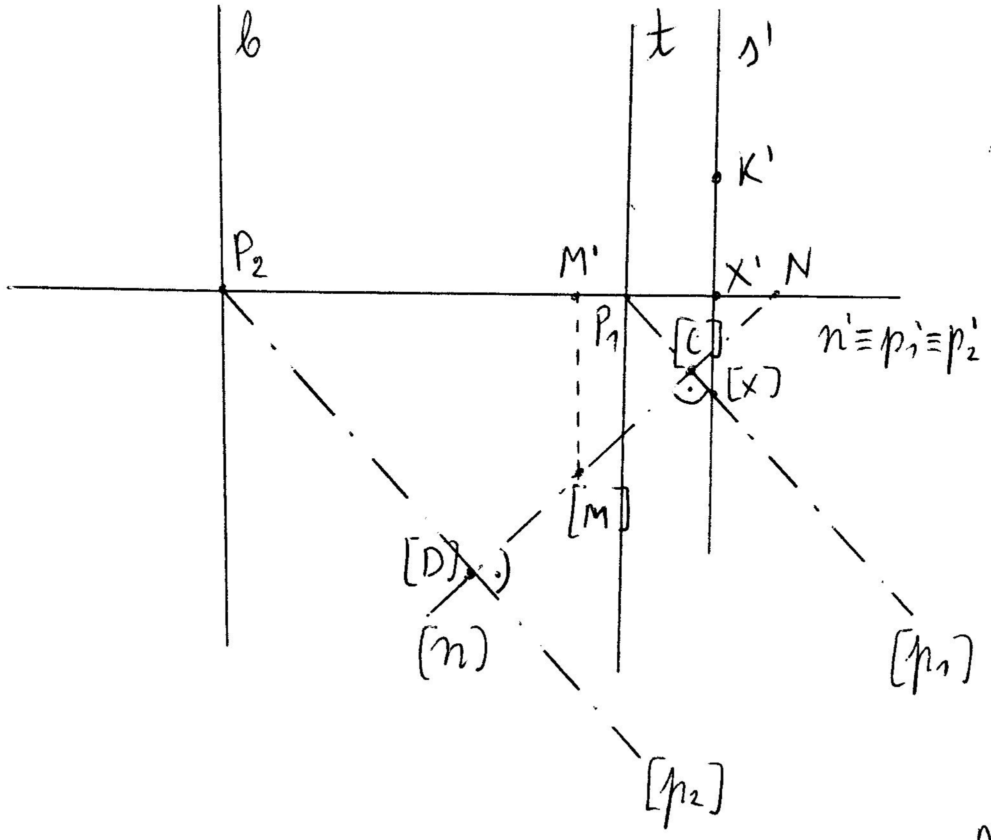


Ако је p_1 нагибница равни α кроз C и p_2 нагибница равни β кроз D, тада је $n \underset{C}{\perp} p_1$ и $n \underset{D}{\perp} p_2$, па су $\triangle CP_1N$ и $\triangle DP_2N$ правоугли троуглови, при чему је $p_1 \parallel p_2$ па је и $[p_1] \parallel [p_2]$. Траг P_2 нагибнице p_2 припада $[p_2]$ и n'. Када њега одредимо, конструишемо праву b

тачку да $P_2 \in b$ и $b \parallel \cancel{t}$. Пратом b представљена је

тражена раван β, која садржи тачку D, $D \in p_2$.

<u>Конструкција:</u>



t - произв. права

$n' \perp t$ - произв. права

$M' \in n'$, M' - произв. т.

K' - произв. тачке

s': $K' \in s'$, $s' \parallel t$

$s' \cap n' \equiv p_1' = X'$

$[X]$: $X'[X] = OK_0$

OK_0 - дата дуж

$P_1[X] = [p_1]$

$M' \in n'$, M' - произв. тачка,

$[M]$: $M'[M] = OM_0$

OM_0 - дата дуж

$[n]$: $[M] \in [n]$ и

$[n] \perp [p_1]$

$[n] \cap [p_1] = [C]$

$[D]$: $[D] \in [n]$ и

$[C][M] = [M][D]$

$[p_2]$: $[D] \in [p_2]$ и

$[p_2] \perp [n]$

$[p_2] \cap p_2' \equiv n' = P_2$

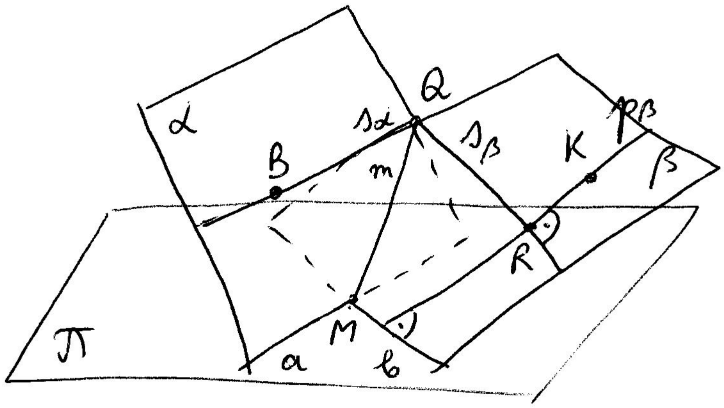
b: $P_2 \in b$, $b \perp n'$. ⊠

(3) Дате су равни $\alpha(a, B', OB_0)$ и $\beta(b, K', OK_0)$ косе према π. (4)

Конструисати њихову пресечну праву и на тој правој тачку X која се налази на датом одстојању до равни π.

Решење:

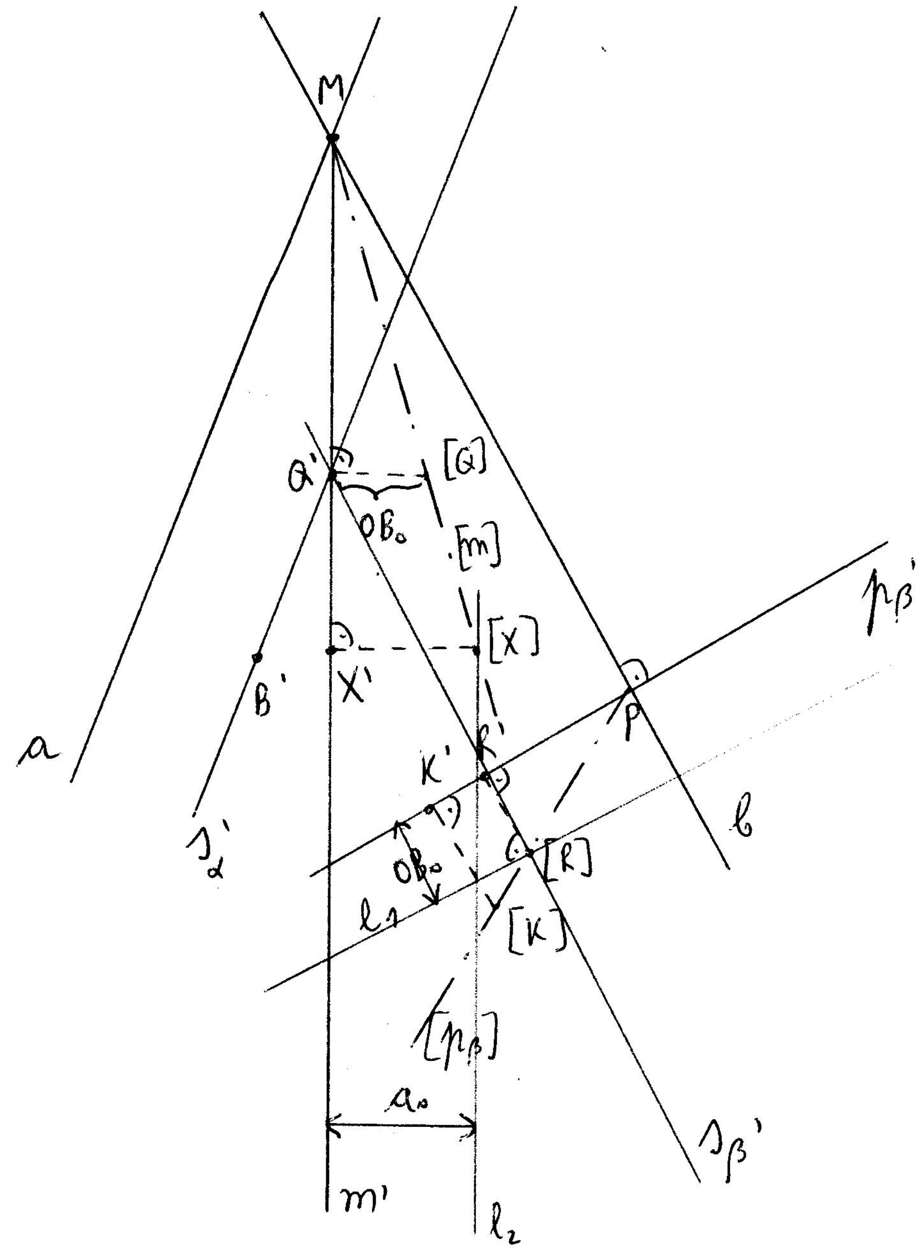
Анализа задатка: Нека је m пресечна права равни α и β. Тада права m пролази кроз пресек трагова a и b равни α и β. Пошто ту тачку имамо, тј нека је $a \cap b = M$, потребна нам је још једна тачка праве m. Ту другу тачку одређујемо помоћу сутражница равни α и β које садрже тачке које се налазе на истом одстојању до π. Значи, ако су s_α и s_β сутражнице равни α и β, ~~тада~~ и $d(s_\alpha, \pi) = d(s_\beta, \pi) = d_0$, тада $s_\alpha \cap s_\beta = Q \in m$.



Да бисмо конструисали s_β, искористимо тачку K и нагибницу p_β кроз K. Обрнимо ту нагибницу, и на њој нађемо тачку R тако да је $RR' = R'[R] = OB_0$. Затим кроз R' конструишемо $s_\beta' \parallel b$. Тада је $s_\alpha' \cap s_\beta' = Q'$, где је s_α сутражница кроз дату тачку B, $s_\alpha' \parallel a$, $B' \in s_\alpha'$. Пресечна права m је права $MQ' \equiv m'$.

Сада обаримо праву m у Π помоћу њена трага M и тачке Q, (где је $QQ' = OQ_0 = OB_0$), и на обореном положају $[m]$ нађемо тражену тачку X која се налази на датом одстојању a_0 до Π.

Конструкција:



a, b – дато

$a \cap b = M$

B' – дато

$s'_\alpha : B' \in s'_\alpha,\ s'_\alpha \parallel a$

K' – дато

$p'_\beta : K' \in p'_\beta,\ p'_\beta \perp b$

$K'[K] = OK_0$

$p'_\beta \cap b = P$

$[p_\beta] = P[K]$

$[R] \in [p_\beta] : R'[R] = OB_0$

OB_0 – дато

$s'_\beta : R' \in s'_\beta,\ s'_\beta \parallel b$

$s'_\alpha \cap s'_\beta = Q'$

$m' : m' = MQ'$

m' – пресечна права

$[Q] : Q'[Q] = OB_0$

$[m] = M[Q]$

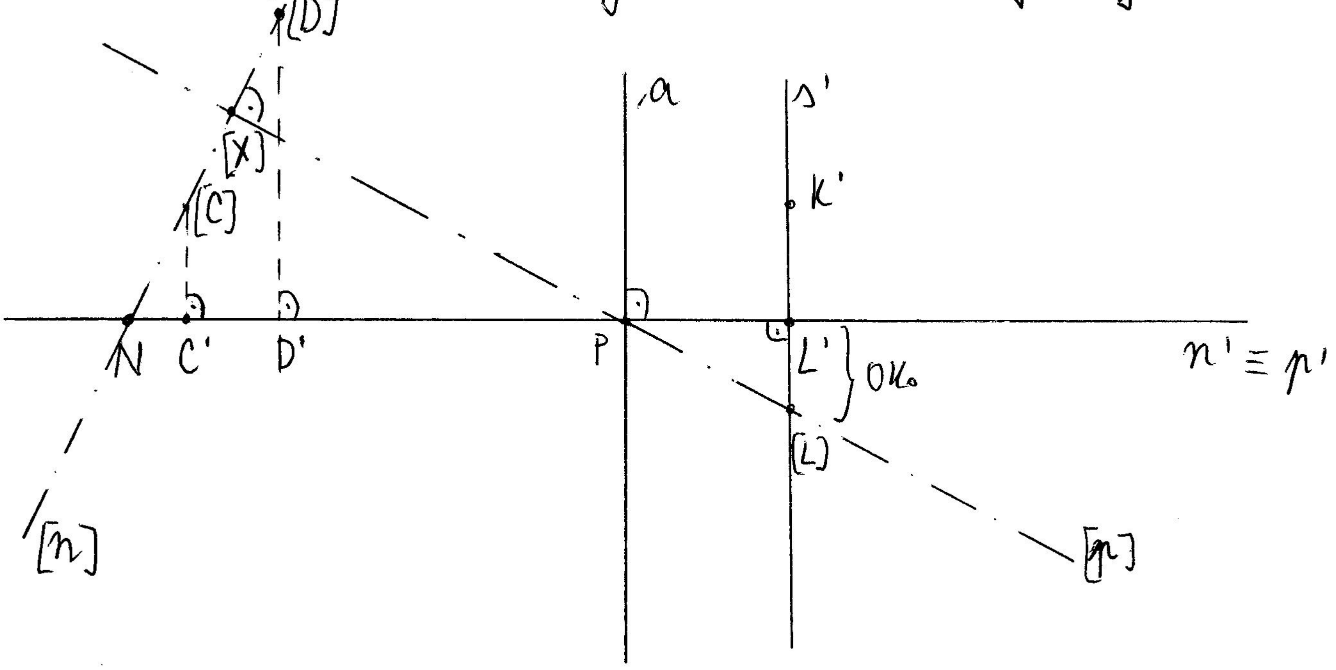
$[X] \in [m] : d([X], m') = a_0$

$X' \in m',\ X'[X] = a_0$ ⊠

① Дата је тачка $C(C', OC_0)$ и раван $\alpha(a, K', OK_0)$.
Конструисати нормалну пројекцију тачке D која је симетрична тачки C у односу на раван α.

Решење: Анализа и конструкција.

Кроз тачку C повучемо нормалу n на раван α. Нека је продор праве n кроз α тачка X. На правој n одредимо тачку D тако да је $CX = XD$.



Нацртамо тачку C', праву a, и тачку K'. Кроз C' повучемо праву $n' \perp a$. Кроз K' повучемо $s' \parallel a$. Нека је $s' \cap n' = L'$. На праву s' нанесемо дуж $OK_0 = L'[L]$. Нека је $a \cap n' = P$. Повучемо праву $P[L] = [p]$ - тј. оборену нагибницу. Знамо да је $n \perp p$, па је $[n] \perp [p]$.
У тачки C' нанесемо коту OC_0, тако да је $C'[C] = OC_0$. Из тачке $[C]$ повучемо нормалу на $[p]$. Тада је та нормала права $[n]$. Означимо $[n] \cap [p] = [X]$. Нађемо $[D]$: $[XD] = [XC]$. Из $[D]$ спустимо нормалу на n' и то је D'.