



Рачунарство и информатика

Јелица Васиљевић

Одељење II см

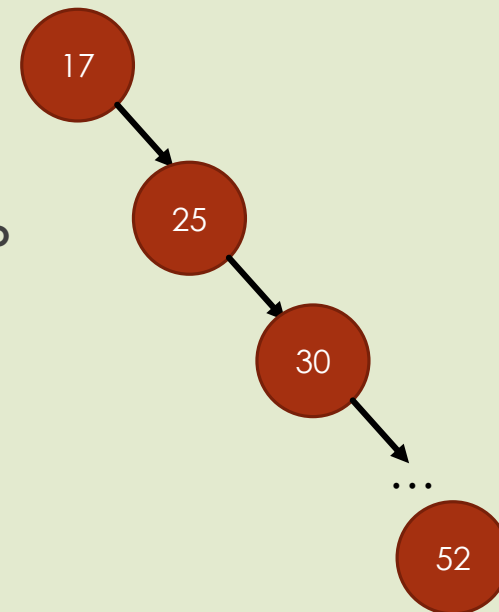
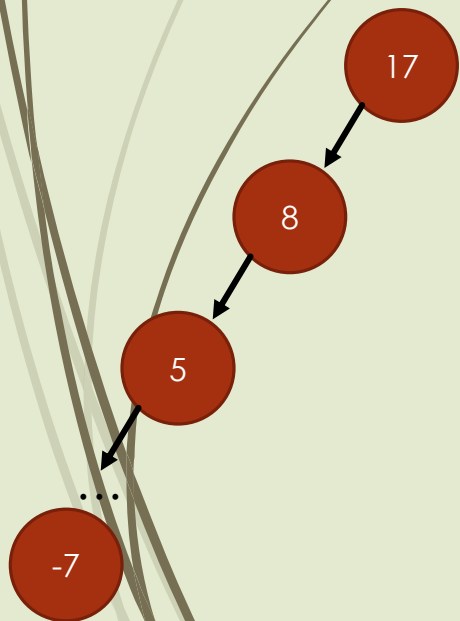
Школска 2015/2016

Бинарна стабла - Балансирана стабла

- Код претраживачких стабала, сви елементи у левом подстаблу чвора имају мању вредност него сам чвор, док сви елементи у десном подстаблу имају већу (или једнаку) вредност него чвор.
- Код додавања/брисања посебно се води рачуна о том поретку
- Шта ће се десити ако вредности у претраживачко стабло додајемо од највеће до најмање (или обрнуто) ?

- У оваквим случајевима, претраживање стабла се своди на претраживање листи

- Ови проблеми се јављају и код осталих стабала, **велике дубине, са мало гранања**



Бинарна стабла - Балансирана стабла

- Због претходно описаних проблема, потребно је стабло **избалансирати** тако да лево и десно подстабло сваког чвора буду приближно исте величине
 - Оваква структура обезбедиће и максималан број гранања у стаблу а самим тим и минимални број провера приликом претраживања
- Стабло балансирано по дубини је бинарно стабло код кога за сваки чвор важи да апсолутна вредност разлике дубина његових подстабала **највише 1**.
 - Код оваквих стабала, дубина стабла веома споро расте са повећањем броја чворова
 - Оваква стабла још се називају и **AVL-стабла**, по њиховим проналазачима – (G.M. **Adelson-Velsky** and E.M. **Landis**)

Бинарна стабла - Балансирана стабла

- Да би било могуће ефикасно реализовати концепт балансираног стабла, неопходно је, поред корисног податка, у слогу памтити и информацију о **разлици дубина** његових подстабала. Сада, структура којом се представља чвор стабла, изгледа :

```
cvor = record
    podatak:integer;
    balans:integer;
    levo,desno:pokazivac;
end;
```

При чему, променљива **balans** представља разлику дубина између левог и десног подстабла, тј.

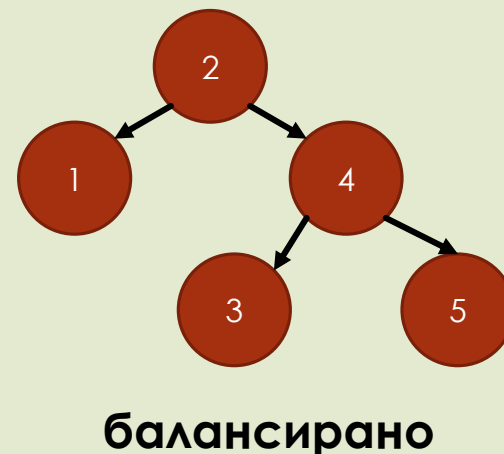
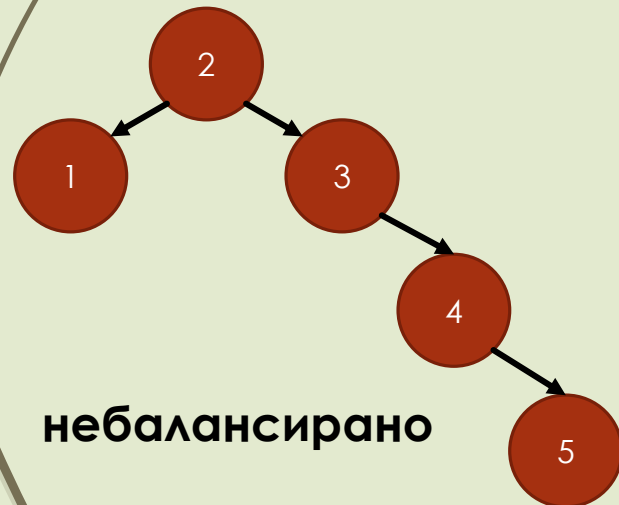
$$balans = Dubina(desno) - Dubina(levo)$$

- Код балансираних стабала. Ова променљива може узети једну од следеће три вредности :
 - 0 – лево и десно подстабло су исте дубине
 - 1 – десно подстабло има за један већу дубину него лево
 - 1 – лево подстабло има за 1 већу дубину него десно

$$balans = Dubina(desno) - Dubina(levo)$$

Бинарна стабла - Балансирана стабла

- Да би стабло у сваком тренутку било избалансирано, потребно је направити функције за додавање које ће водити рачуна о томе да вредност променљиве *balans* увек буде у границама од -1 до 1
- Међутим, приликом додавања чвора у стабло, може се десити да једна страна стабла „претегне“ и да дубина тог стабла постане за **два** већа у односу на друго подстабло.
 - Када настају овакви случајеви – када се чвор додаје у оно подстабло које „претеже“ тј. чија је дубина већ за један већа од дубине другог подстабла.
 - Како се овај проблем решава – Прегруписавањем чворова у стаблу тј. **ротацијама**



Ова два стабла имају исте елементе, исти ЛКД испис али другачију структуру

Бинарна стабла - Балансирана стабла

➤ Ротације :

➤ Једнострука

➤ Лева

➤ Десна

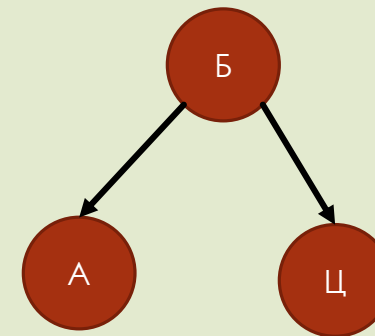
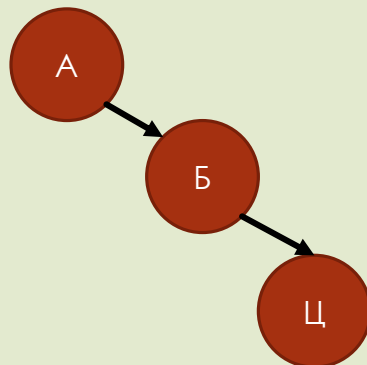
➤ Двострука

➤ Лева

➤ Десна

Бинарна стабла - Балансирана стабла

- Једнострука лева ротација врши се када је стабло нагнуто на леву страну
- **Једнострука лева ротација** у чвору А се изводи на следећи начин :
 - Б постаје нови корен.
 - А преузима Б-ово лево дете као своје десно
 - Ово је могуће јер је Б било А-ово десно дете
 - Б-ово лево дете је сигурно „веће“ од А па може да се нађе са десне стране А
 - А постаје лево дете чвора Б
 - Ово је могуће јер је Б-ово лево дете постало А-ово десно

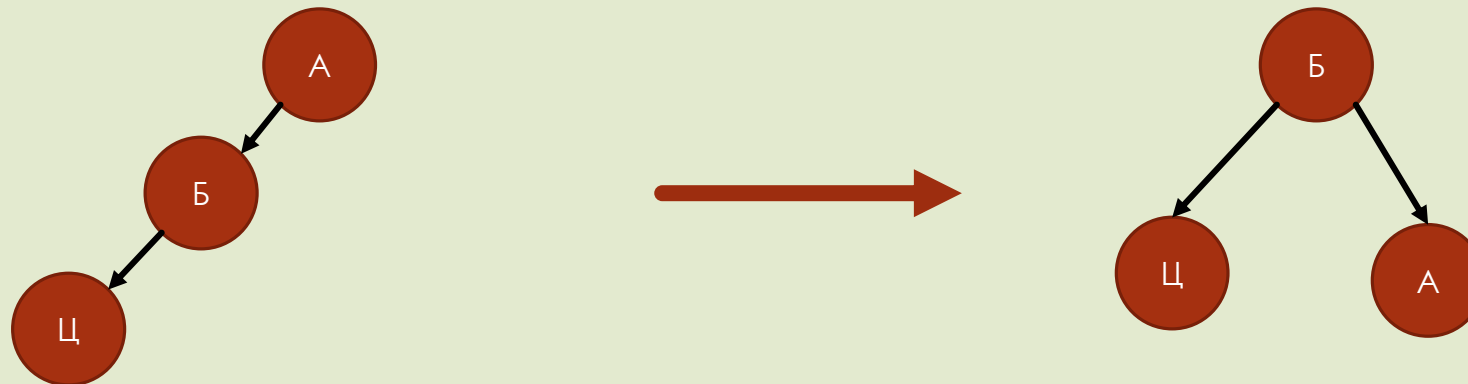


Зашто баш чвор А ?

- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y Б је 1*
- *Balans y А је 2*

Бинарна стабла - Балансирана стабла

- Једнострука десна ротација врши се када је стабло нагнуто на десну страну
- **Једнострука десна ротација** у чвору А се изводи на следећи начин :
 - Б постаје нови корен.
 - А преузима Б-ово десно дете као своје лево
 - Ово је могуће јер је Б било А-ово лево дете
 - Б-ово десно дете је сигурно „мање“ од А па може да се нађе са леве стране А
 - А постаје десно дете чвора Б
 - Ово је могуће јер је Б-ово десно дете постало А-ово лево



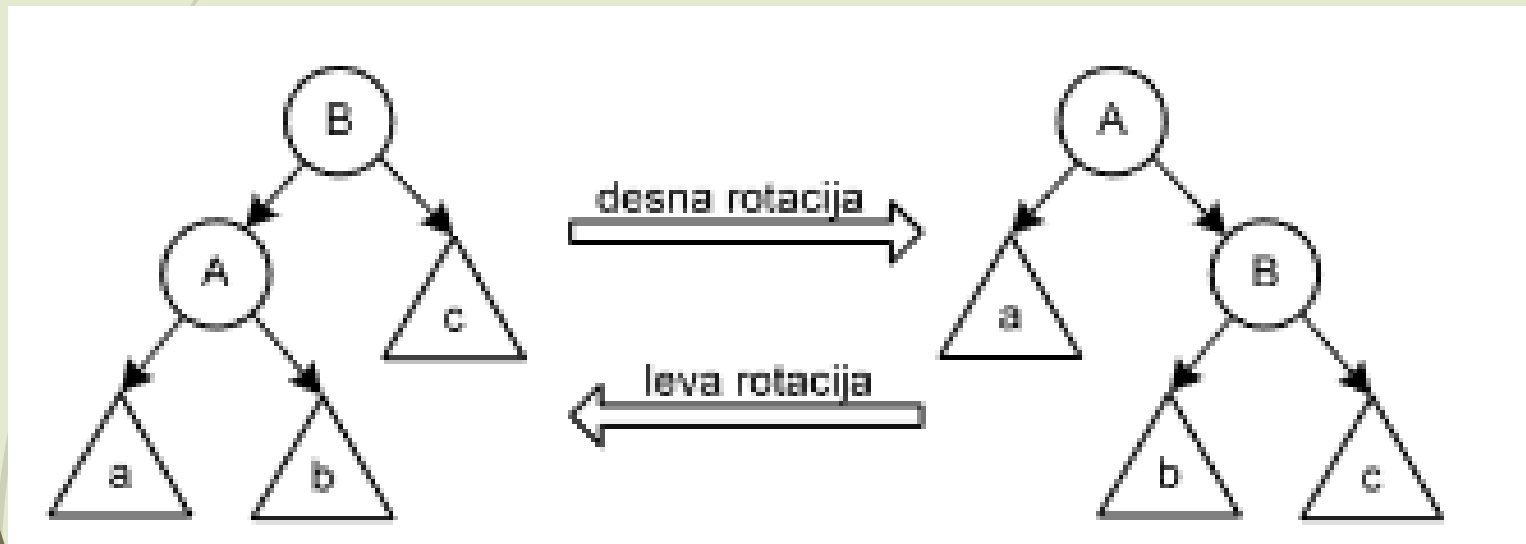
Зашто баш чвор А ?

- *Balans у Ц је 0*
- *Balans у Б је -1*
- *Balans у А је -2*

$$balans = Dubina(desno) - Dubina(levo)$$

Бинарна стабла - Балансирана стабла

➤ Једнострука лева/десна ротација



- подстабло

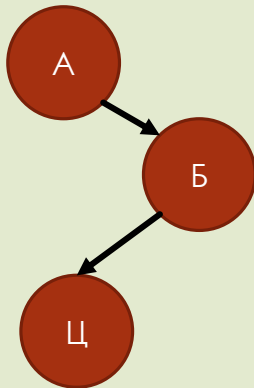
$$balans = Dubina(desno) - Dubina(levo)$$

Бинарна стабла - Балансирана стабла

Двоструке ротације (лева)

Понекад једноструке ротације нису довољне да би се стабло избалансирао

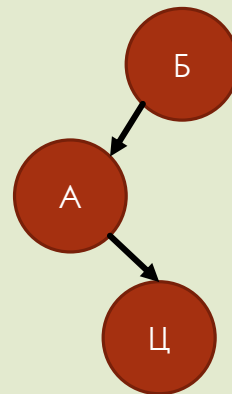
- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y Б је -1*
- *Balans y А је 2*



Лева ротација



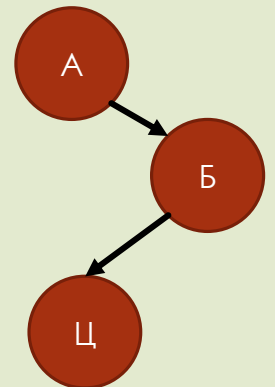
- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y А је 1*
- *Balans y Б је -2*



Десна ротација

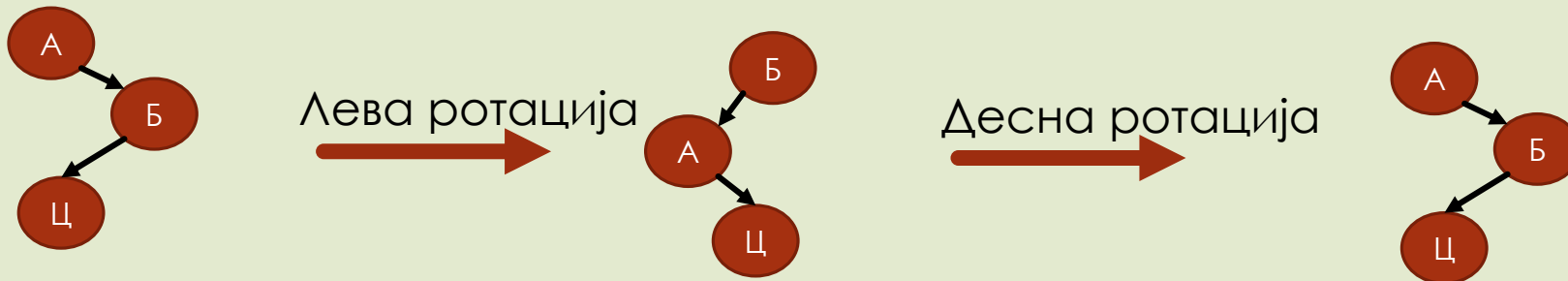


- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y Б је -1*
- *Balans y А је 2*



Бинарна стабла - Балансирана стабла

➤ Двоструке ротације (лева)



➤ Шта проузрокује овакво понашање :

- Десно подстабло је нагнуто на **лево**

➤ Како овај проблем може да се реши ?

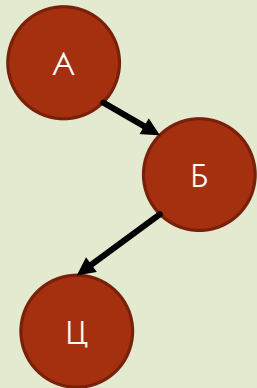
- Применити **десну** ротацију на **десно** подстабло, тј. у чвору Б
- Затим, применити леву ротацију у чвору А

$$balans = Dubina(desno) - Dubina(levo)$$

Бинарна стабла - Балансирана стабла

Двоструке ротације (лева)

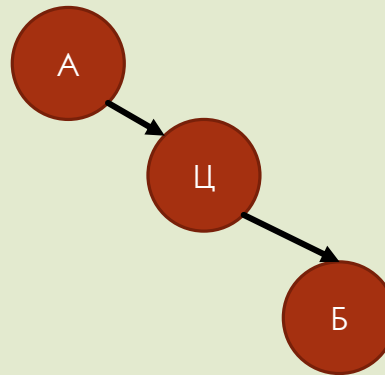
- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y Б је -1*
- *Balans y А је 2*



Десна
ротација y Б



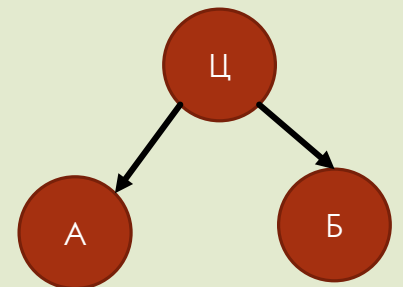
- *Balans y Ц је 1*
- *Balans y А је 2*
- *Balans y Б је 0*



Лева
ротација y А



- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y Б је 0*
- *Balans y А је 0*



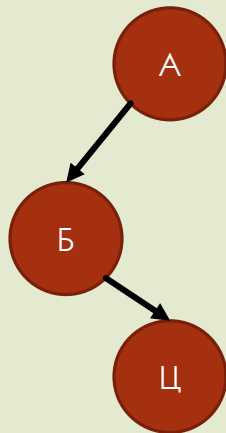
$$balans = Dubina(desno) - Dubina(levo)$$

Бинарна стабла - Балансирана стабла

Двоструке ротације (десна)

Понекад једноструке ротације нису довољне да би се стабло избалансирао

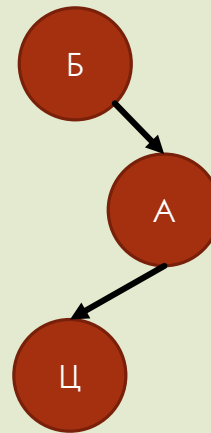
- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y Б је 1*
- *Balans y А је -2*



Десна ротација



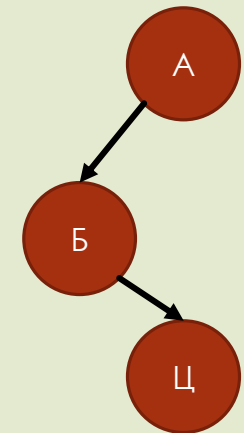
- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y А је -1*
- *Balans y Б је 2*



Лева ротација

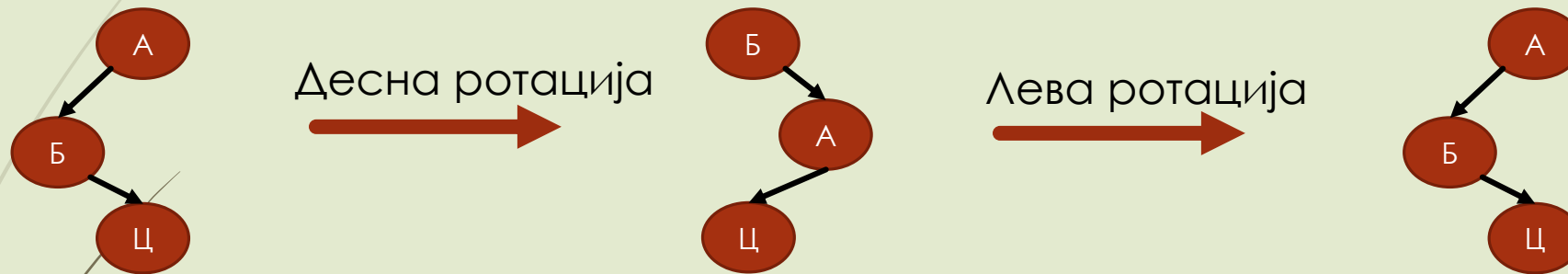


- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y Б је 1*
- *Balans y А је -2*



Бинарна стабла - Балансирана стабла

➤ Двоструке ротације (десна)



➤ Шта проузрокује овакво понашање :

➤ Лево подстабло је нагнуто на **десно**

➤ Како овај проблем може да се реши ?

➤ Применити **леву** ротацију на **лево** подстабло, тј. у чвору Б

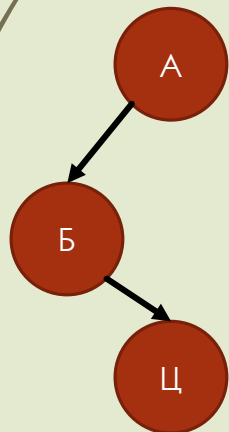
➤ Затим, применити десну ротацију у чвору А

$$balans = Dubina(desno) - Dubina(levo)$$

Бинарна стабла - Балансирана стабла

Двоструке ротације (десна)

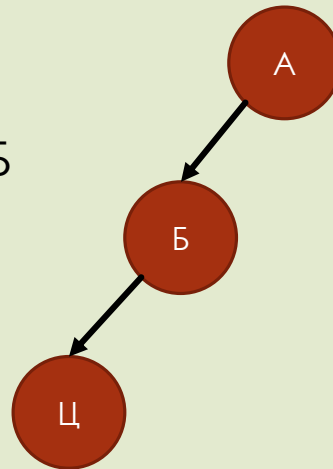
- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y Б је 1*
- *Balans y А је -2*



Лева ротација у Б



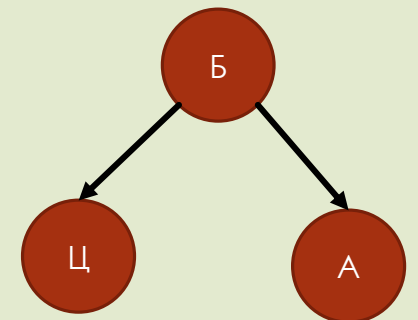
- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y А је -2*
- *Balans y Б је -1*



Десна ротација у А



- *Balans y Ц је 0*
- *Balans y Б је 0*
- *Balans y А је 0*



$$balans = Dubina(desno) - Dubina(levo)$$

Бинарна стабла - Балансирана стабла

Двоструке ротације

There are 4 cases in all, choosing which one is made by seeing the direction of the first 2 nodes from the unbalanced node to the newly inserted node and matching them to the top most row.

Root is the initial parent before a rotation and Pivot is the child to take the root's place.



Бинарна стабла - Балансирана стабла

- Написати програм којим се формира бинарно претраживачко стабло од бројева који се налазе у датотеци `balans.txt`
 - Савети :
 - Написати функцију која одређује дубину стабла
 - Направити функције/процедуре за леву и десну ротацију
 - При додавању у новог елемента у стабло, проверити да ли је дошло до нарушавања баланса и извршити потребне ротације
 - Направити функцију која исписује вредности свих чворова на датом нивоу
 - Након убацивања свих елемената у стабло, исписати стабло по нивоима. Поред информација које се налазе у чворовима, штампати и информације о балансу у том чвору.