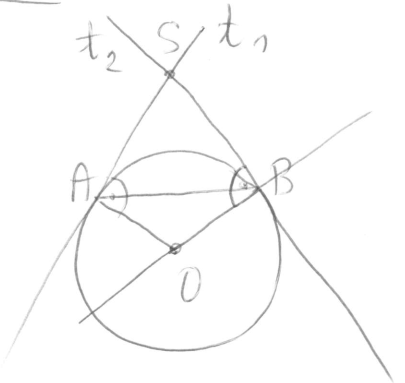
Поправни други колоквијум
14. 6. 2016.

1. Тангенте t_1 и t_2 круга $k(O,r)$ у тачкама A и B секу се у тачки S у равни L^2. Испитати у каквим положајима могу бити праве OB и t_1.

Решење:



Означимо угао паралелности дужи BS са θ. Ако је:

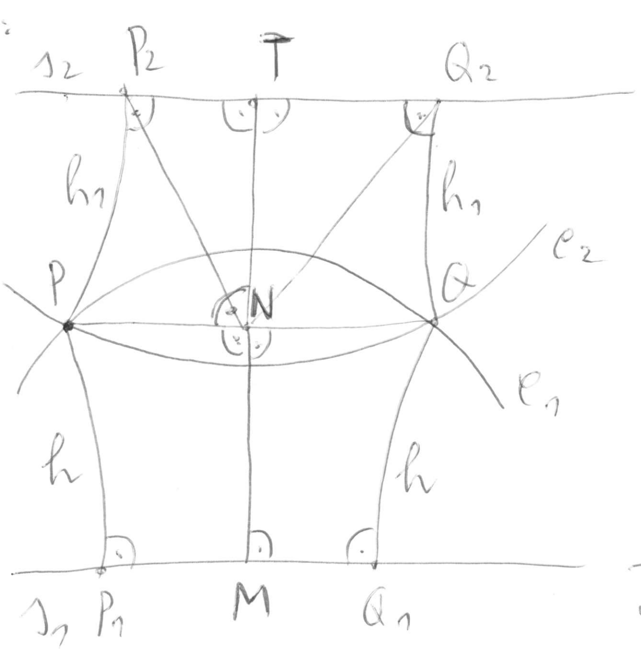
(1) $\Pi(BS) = \theta = \measuredangle BSA \Rightarrow OB \parallel t_1$

(2) $\Pi(BS) = \theta < \measuredangle BSA \Rightarrow OB \parallel_h t_1$

(3) $\Pi(BS) = \theta > \measuredangle BSA \Rightarrow OB$ сече t_1.

2. Две еквидистанте e_1 и e_2 секу се у тачкама P и Q, при чему су основе тих еквидистанти са различитих страна праве PQ. Доказати да су њихове основе хиперпаралелне.

Доказ:



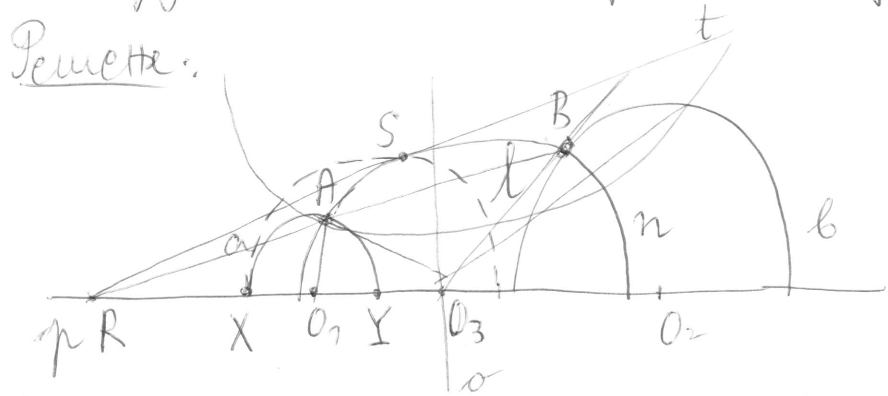
Четвороуглови PP_1Q_1Q и P_2PQQ_2 су Сакеријеви. Нека је M средиште P_1Q_1 и N средиште PQ. Тада је MN заједничка нормала за PQ и P_1Q_1. Продужимо праву MN и нека она сече P_2Q_2 у некој тачки T.

Тада је $\triangle PP_2N \underset{СУС}{\cong} \triangle QQ_2N$ ($PN = NQ$, $PP_2 = QQ_2$, $\measuredangle P_2PN = \measuredangle Q_2QN$), па је $P_2N = Q_2N$, $\measuredangle P_2NP = \measuredangle Q_2NQ$.

Сада је $\triangle P_2NT \underset{ССУ}{\cong} \triangle Q_2NT$ ($NT = NT$, $\measuredangle P_2NT = \measuredangle Q_2NT$, $P_2N = Q_2N$), одакле је $\measuredangle P_2TN = \measuredangle Q_2TN$. Пошто су ови углови напоредни, следи да су прави, тј $\measuredangle P_2TN = \measuredangle Q_2TN = 90°$. Дакле, $MN \perp P_2Q_2$, $MN \perp P_1Q_1$, па је $s_2 \underset{h}{\parallel} s_1$. ■

③ У Поенкаревом полуравнанском моделу, дате су хиперпаралелне праве a и b представљене кружним луковима. Конструисати праву l која полови растојање између a и b и паралелна је са a.

Решење:



Најпре се конструише потенцијална оса за кружнице a и b. Затим се конструише заједничка нормала n за a и b. Онда се нађе најкраће растојање на тој нормали n, тј дуж AB. Одреди се средиште дужи AB, тј тачка S. Тражена права l је права SX (или SY).

④ У Поенкаревом диск моделу дат је $\triangle ABC$ са три бесконачно далека темена. Конструисати центар уписана круга у тај троугао.

Решење: са вежби!