

Računarski sistemi

čas 4 - Aritmetičke operacije



Oduzimanje

Aritmetičke operacije u binarnom sistemu

Izračunaj u binarnom brojevnom sistemu **83-13**

	x	1	0	1	1
	y	0	1	0	1
$x-y$	pozajmica	0	1	0	0
	rezultat	0	1	1	0

$$\begin{array}{r} 1 \overset{1}{1} \\ - \\ \hline 1 \end{array}$$

pozajmica



Množenje

Aritmetičke operacije u binarnom sistemu

Izračunaj u binarnom brojevnom sistemu **13·6**

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\begin{array}{r} 1101 \times 0110 \\ \hline 0000 \\ 1101 \\ 0000 \\ \hline 1001110 \end{array}$$



‘Priroda’ operanada

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

- Označeni brojevi u fiksnom zarezu
- Ključno pitanje: na koji način zapisivati označene brojeve?
 - znak i apsolutna vrednost (sign/magnitude) NE
 - nepotpun komplement (one's complement) NE
 - potpun komplement (two's complement) DA
- BITNO:
 - Opseg brojeva koji su zapisivi zavisi od broja raspoloživih bitova (kako?). Iako je nekim brojevima potreban manji broj bitova vodeće nule se zadržavaju, a na mestu cifre (bita) najveće težine nalazi se bit za znak (**sign bit**) - Zašto? Zbog provere pripadanja rezultata računskih operacija opsegu i odbacivanja onih koji su van opsega

‘Priroda’ operanada

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

Dakle, svi brojevi imaju istu dužinu zapisa i cifra na mestu najveće težine je znak

znak	vrednost
------	----------

‘Tumačenje’ zavisi od vrste zapisa

	Broj u dekadnom sistemu ako je		
Binarni zapis broja	zapis ZA	NK zapis	PK zapis
1010001	-17	-46	-47

$$X_{ZA} = (-1)^{x_{n-1}} \sum_{i=0}^{n-2} 2^i x_i \quad X_{NK} = (-2^{n-1} + 1)x_{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} 2^i x_i$$

$$X_{PK} = -2^{n-1} x_{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} 2^i x_i$$



Potpuni komplement (ponovni osvrt)

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

- Potpuni komplement broja n je:

$$m = \overline{n} + 1$$

Nepotpun komplement
(dopuna svake cifre do 1)

u binarnom sistemu

- Primeri:

Ako je $n = 0101\ 0100$

Onda je $m = 1010\ 1011 + 1 = 1010\ 1100$

$n = 0101\ 1111$

$m = 1010\ 0000 + 1 = 1010\ 0001$

$n = 0111\ 1111$

$m = 1000\ 0000 + 1 = 1000\ 0001$

$n = 0000\ 0001$

$m = 1111\ 1110 + 1 = 1111\ 1111$



Potpuni komplement (ponovni osvrt)

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

- Pogledajmo još jednom sta smo dobili u primerima

1) Dekadno

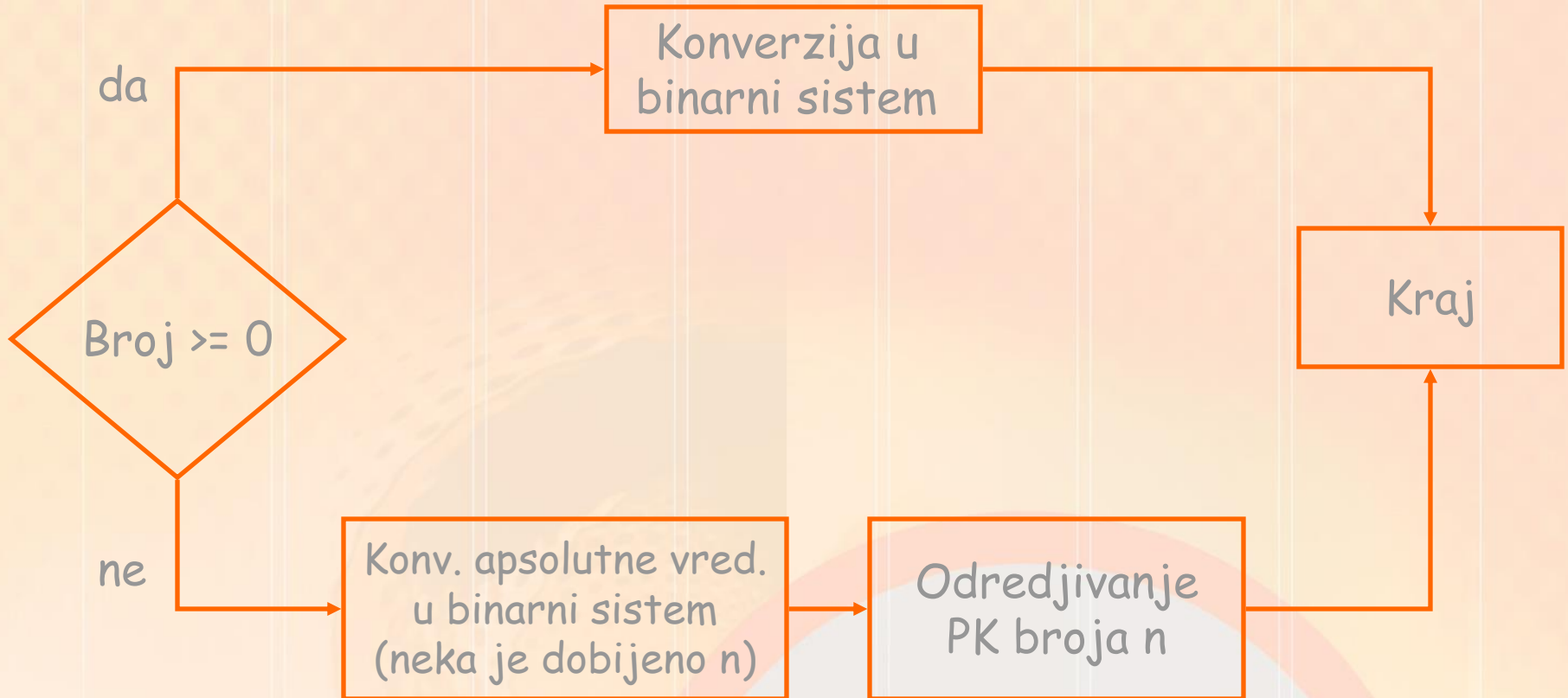
$$\begin{array}{r} 0101\ 0100 = 84 \\ + 1010\ 1100 = + (-84) \\ \hline 1\ 0000\ 0000 = 0 \end{array}$$

2) Ako je $n = 0101\ 0100$ onda je $m = 1010\ 1011 + 1 = 1010\ 1100$,
a ako je $n = 1010\ 1100$ onda je $m = 0101\ 0011 + 1 = 0101\ 0100$.

Dakle, $PK(PK(x)) = x$. Npr. $-(-84)=84$.

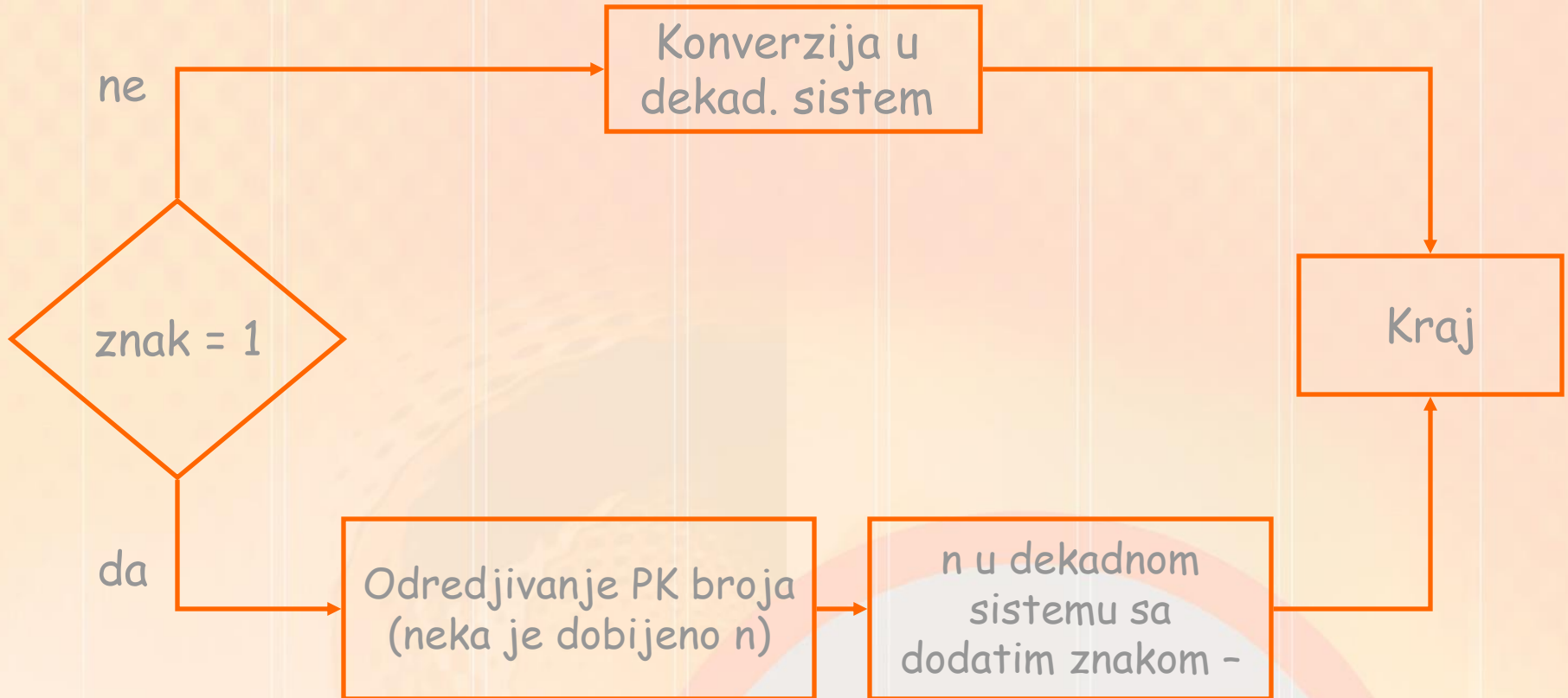
Decimalni broj u dekanom sistemu -> PK binarni zapis

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu



PK binarni zapis -> Decimalni broj u dekanom sistemu

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu



Primeri

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

- Odredi PK (u binarnom zapsu dužine 8) sledećih brojeva:

$$(78)_{10} \rightarrow (\quad)_{2,8}^{\text{PK}}$$

$$(-106)_{10} \rightarrow (\quad)_{2,8}^{\text{PK}}$$

$$(1025)_{10} \rightarrow (\quad)_{2,8}^{\text{PK}}$$

$$(-455)_{10} \rightarrow (\quad)_{2,8}^{\text{PK}}$$

- Dati brojevi predstavljaju PK nekih brojeva. Koji su to brojevi u dekadnom sistemu?

$$(1010\ 0011)_2^{\text{PK}} \rightarrow (\quad)_{10}$$

$$(1111\ 1111)_2^{\text{PK}} \rightarrow (\quad)_{10}$$

$$(1000\ 0000)_2^{\text{PK}} \rightarrow (\quad)_{10}$$

$$(1000\ 0001)_2^{\text{PK}} \rightarrow (\quad)_{10}$$

$$(1100\ 0010)_2^{\text{PK}} \rightarrow (\quad)_{10}$$

$$(0101\ 0101)_2^{\text{PK}} \rightarrow (\quad)_{10}$$



Sabiranje označenih brojeva

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

- 1. korak: uobičajeno sabiranje u binarnom sistemu

	Neoznačeni	Označeni
1011 1110	190	-66
+ 0010 1101	+ 45	+ 45
<hr/>		
1110 1011	235	-21

- 2. korak: tumačenje dobijenog
 - Ne zaboravite:
 - da radite sa označenim brojevima, i da su oni predstavljeni u potpunom komplementu
 - da za svaku dužinu zapisa postoji opseg u kojem se mogu naći operandi i rezultat



Sabiranje označenih brojeva

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

- 2. korak: tumačenje dobijenog (nastavak)
 - U rezultatu se može javiti 1 bit više od predviđene dužine na mestu najveće težine, npr.

$$\begin{array}{r} 0111\ 1100 = 124 \\ + 1000\ 1011 = + (-117) \\ \hline (1)0000\ 0111 = 007 \end{array}$$

odbacuje se

A, šta se dešava u sledećem slučaju?

$$\begin{array}{r} 0111\ 0011 = 115 \\ + 0011\ 1111 = + 63 \\ \hline 1011\ 0010 = !!! \quad \cancel{-78} \quad 178 \end{array}$$

178 je van dozvoljenog opsega
(out of range overflow)

Sabiranje označenih brojeva

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

- Kako da znamo da je rezultat van opsega (bez provere u dekadnom zapisu)?

$$\begin{array}{r} 0111\ 0011 = \quad 115 \\ + 0011\ 1111 = \quad + \quad 63 \\ \hline 1011\ 0010 = \quad !!! \quad \cancel{-78} \quad 178 \end{array}$$

rezultat ima različit znak od sabiraka (koji su istog znaka)

- Da li može doći do prekoračenja opsega ako sabirci u PK imaju različit znak?

Ne može



Oduzimanje označenih brojeva

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

- 1. korak: određujemo PK umanjioaca
 - 2. korak: izračunavanje zbira umanjenika i PK umanjioaca
- Na primer:
Oduzmi 1101 1101 od 0101 1100.

1.

	1101 1101
NK	0010 0010
	<u> 1</u>
PK	0010 0011

2.

0101 1100 =	92
+ 0010 0011 =	<u> 35</u>
0111 1111 =	127



Primeri

Aritmetičke operacije u nepokretnom zarezu

- Izračunaj i proveri u dekadnom zapisu:

1100 0000 + 0110 1110,
1000 0001 + 0111 0010,
0111 1100 - 0111 0101,
1111 1100 - 0101 0001.

- Izračunaj (PK, binarni zapis dužine 8) sledeće:

23 + 45,
132 + 183,
32 - 15,
32 - (-150).

