Računarski sistemi

čas 5 – Aritmetičke operacije sa binarno-kodiranim dekadnim brojevima

PMF Kragujevac, 2016

Operacije sa binarno kodiranim dekadnim brojevima

- Neka su X i Y brojevi u dekadnom sistemu

$$X \equiv x_{n-1} \ldots x_0, \qquad Y \equiv y_{n-1} \ldots y_0,$$

a njihov zapis u binarno kodiranom sistemu

$$X_k \equiv \alpha(x_{n-1}) \ldots \alpha(x_0), \quad Y_k \equiv \alpha(y_{n-1}) \ldots \alpha(y_0).$$

- Zbir ova dva broja $Z=X+Y$ se izračunava u dva koraka

međurezultat

1. $Z_k' = X_k + Y_k,$

korekcija

rezultat

2. $Z_k = Z_k' + C_k.$

- Razlika se može svesti na sabiranje.

$$Z = X - Y = X + (-Y) = X + [Y]_{PK}$$

Sabiranje binarno kodiranih dekadnih brojeva

- Postupak

$X_k \equiv$		$\alpha(x_{n-1})$	$\alpha(x_{n-2})$	…	$\alpha(x_0)$
$Y_k \equiv$		$\alpha(y_{n-1})$	$\alpha(y_{n-2})$	…	$\alpha(y_0)$
	(b'_n)	(b'_{n-1})	(b'_{n-2})	(b'_1)	$(b'_0=0)$
$Z_k' \equiv$		$\alpha(z_{n-1}')$	$\alpha(z_{n-2}')$	…	$\alpha(x_0')$
	(b''_n)	(b''_{n-1})	(b''_{n-2})	(b''_1)	$(b''_0=0)$
$C_k \equiv$		$\alpha(c_{n-1})$	$\alpha(c_{n-2})$	…	$\alpha(c_0)$
$Z_k \equiv$		$\alpha(z_{n-1})$	$\alpha(z_{n-2})$	…	$\alpha(x_0)$

- Kakva će korekcija $\alpha(c_i)$ biti zavisi od:
  - koda kojim su brojevi kodirani
  - $\alpha(z_i')$ i prenosa b_{i+1}',
  - $\alpha(z_i')$ i prenosa b_i'' (u kodu 8421).

Sabiranje u kodu 8421

- Postoji nekoliko slučajeva korekcija
  - $b_{i+1}' = 0$
    - $\alpha(z_i')<(1010)_2$ (manje od 10 u dek. sist.) – tada je $\alpha(c_i) = (0000)_2$,
    - $\alpha(z_i')\geq(1010)_2$ (veće od 10 u dek. sist.) – tada je $\alpha(c_i) = (0110)_2$, zapravo kako se na i-tom mestu može naći samo cifra do 10, onda moramo napraviti prenos na mesto veće težine, a samu i-tu cifru moramo smanjiti za 10, međutim samim prenosom $(1\ 0000)_2$ mi je smanjujemo za $(16)_{10}$, pa je dakle treba uvećati za $(16)_{10}-(10)_{10}=(6)_{10}=(0110)_2$
  - $b_{i+1}' = 1$ – tada je $\alpha(c_i) = (0110)_2$
  - $b_i'' = 1$ i $\alpha(z_i')\geq(1001)_2$ – tada je $\alpha(c_i) = (0110)_2$

Sabiranje u kodu 8421

- Postupak

$$
\begin{array}{llllll}
X_k \equiv & & \alpha(x_{n-1}) & \alpha(x_{n-2}) & \ldots & \alpha(x_0) \\
Y_k \equiv & & \alpha(y_{n-1}) & \alpha(y_{n-2}) & \ldots & \alpha(y_0) \\
\hline
 & (b'_n) & (b'_{n-1}) & (b'_{n-2}) & (b'_1) & (b'_0=0) \\
Z'_k \equiv & & \alpha(z'_{n-1}) & \alpha(z'_{n-2}) & \ldots & \alpha(x'_0) \\
 & (b''_n) & (b''_{n-1}) & (b''_{n-2}) & (b''_1) & (b''_0=0) \\
C_k \equiv & & \alpha(c_{n-1}) & \alpha(c_{n-2}) & \ldots & \alpha(c_0) \\
\hline
Z_k \equiv & & \alpha(z_{n-1}) & \alpha(z_{n-2}) & \ldots & \alpha(x_0)
\end{array}
$$

Prekoračenje - ako je bilo koji od njih jednak 1

Pod uslovom da su brojevi koje sabiramo NEOZNAČENI

Primeri

- Odrediti zbir brojeva X i Y u kodu 8421, pri čemu se podrazumeva da dekadni brojevi nemaju više od 5 cifara:
  - X=452 i Y=8725
  - X=9001 i Y=999

X= 452		0000	0000	0100	0101	0010
Y=8725		0000	1000	0111	0010	0101
	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)
Z'=		0000	1000	1011	0111	0111
	(0)	(0)	(1)	(0)	(0)	(0)
C=		0000	0000	0110	0000	0000
Z=9177		0000	1001	0001	0111	0111

X=9001		0000	1001	0000	0000	0001
Y= 999		0000	0000	1001	1001	1001
	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)	(0)
Z'=		0000	1001	1001	1001	1010
	(0)	(1)	(1)	(1)	(1)	(0)
C=		0000	0110	0110	0110	0110
Z=10000		0001	0000	0000	0000	0000

Označeni brojevi i oduzimanje u kodu 8421

- Još jednom: oduzimanje se može svesti na sabiranje.

$$Z=X-Y=X+(-Y)=X+[Y]_{PK}$$

- Kritična mesta:
  - Pri određivanju NK dopuna svake cifre se vrši do 9 (ne do 1111) jer 8421 nije komplementaran kod
  - Prekoračenje se određuje na osnovu znaka (pravila koja važe za rad sa označenim brojevima), a ne samo na osnovu toga da li su b'_n ili b''_n jednaki 1.

$1328 - 563 = (?)_{8421}$

X=	0000 0001 0011 0010 1000
$[Y]_{PK}$ =	1001 1001 0100 0011 0111
	(0) (0) (0) (0) (0) (0)
Z'=	1001 1010 0111 0101 1111
	~~(1)~~ (1) (0) (0) (1) (0)
C=	0110 0110 0000 0000 0110
Z=	0000 0000 0111 0110 0101

X=01328	0000 0001 0011 0010 1000
Y=00563	0000 0000 0101 0110 0011

$X-Y=765 = X + [Y]_{PK}$

$[Y]_{NK}$ =99436	1001 1001 0100 0011 0110
+ 1	+ 0001
$[Y]_{PK}$ =99437	1001 1001 0100 0011 0111

Primeri

- Odrediti potpuni komplement datih brojeva u kodu 8421, pri čemu se podrazumeva da brojevi nemaju više od 5 cifara:
  - 452, -1275, -9999
- Izračunati u kodu 8421, pri čemu se podrazumeva da dekadni brojevi nemaju više od 5 cifara:
  - 1275+(-224)
  - 345-798
  - -9901-999

Sabiranje u kodu višak 3

- Postupak

Prekoračenje - ako je jednak 1

Pod uslovom da su brojevi koje sabiramo NEOZNAČENI

$$
\begin{array}{lllllll}
 & X_k \equiv & & \alpha(x_{n-1}) & \alpha(x_{n-2}) & \dots & \alpha(x_0) \\
 & Y_k \equiv & & \alpha(y_{n-1}) & \alpha(y_{n-2}) & \dots & \alpha(y_0) \\
\hline
 & & (b'_n) & (b'_{n-1}) & (b'_{n-2}) & (b'_1) & (b'_0=0) \\
 & Z_k' \equiv & & \alpha(z_{n-1}') & \alpha(z_{n-2}') & \dots & \alpha(x_0') \\
\hline
 & C_k \equiv & & \alpha(c_{n-1}) & \alpha(c_{n-2}) & \dots & \alpha(c_0) \\
\hline
 & Z_k \equiv & & \alpha(z_{n-1}) & \alpha(z_{n-2}) & \dots & \alpha(x_0)
\end{array}
$$

Prenos se ne uzima u obzir

- **Korekcije**
  - $b_{i+1}' = 0$ – tada je $\alpha(c_i) = (-3)_{10} = (-0011)_2 = (1101)_{PK}$, jer je dobijena cifra pri sabiranju za $(6)_{10}$ veća od cifre u dekadnom zapisu, a trebala bi da bude veća za $(3)_{10}$ (prema kodu višak 3).
  - $b_{i+1}' = 1$ – tada je $\alpha(c_i) = (3)_{10} = (0011)_2$; vrednost prenosa na sledeću cifru je $(16)_{10}$ a ne $(10)_{10}$, a kako je dobijena cifra već za $(6)_{10}$ veća od iste u dekadnom jedina ispravka koju treba napraviti jeste dodavanje $(3)_{10}$ opet zbog koda višak 3.

Primeri

- Odrediti zbir brojeva X i Y u kodu višak 3, pri čemu se podrazumeva da dekadni brojevi nemaju više od 5 cifara:
  - X=259 i Y=938
  - X=99001 i Y=999

X= 259 0011 0011 0101 1000 1100
Y= 938 0011 0011 1100 0110 1011

(0) (0) (1) (0) (1) (0)
Z'= 0110 0111 0001 1111 0111

~~(1) (1) (0) (1) (0) (0)~~
C= 1101 1101 0011 1101 0011

Z=1197 0011 0100 0100 1100 1010

X= 99001 1100 1100 0011 0011 0100
Y= 999 0011 0011 1100 1100 1100

(1) (1) (1) (1) (1) (0)
Z'= 0000 0000 0000 0000 0000

Z=1 00000 prekoračenje!

Označeni brojevi i oduzimanje u kodu višak 3

- Zbog jednostavnosti određivanja PK u kodu višak 3 oduzimanje se svodi na sabiranje u PK.

$$Z=X-Y=X+(-Y)=X+[Y]_{PK}$$

- Podsećanje:
  - kod višak 3 je komplementaran
  - $(0)_{10} = (0011)_{\text{višak 3}}$

$1275 - 452 = (?)_{\text{višak 3}}$

X=	0011 0100 0101 1010 1000
$[Y]_{PK}$ =	1100 1100 1000 0111 1011
	(1) (1) (0) (1) (1) (0)
Z'=	0000 0000 1110 0010 0011
C=	0011 0011 1101 0011 0011
Z=	0011 0011 1011 0101 0110

X=01275	0011 0100 0101 1010 1000
Y=00452	0011 0011 0111 1000 0101

$X-Y=823 = X + [Y]_{PK}$

$[Y]_{NK}$ =	1100 1100 1000 0111 1010
+	0001
$[Y]_{PK}$ =	1100 1100 1000 0111 1011

Primeri

- Izračunati zbirove sledećih neoznačenih brojeva u kodu višak 3, pri čemu se podrazumeva da brojevi nemaju više od 5 cifara:
  - 18345 i 9567
- Odrediti potpuni komplement datih brojeva u kodu višak 3, pri čemu se podrazumeva da brojevi nemaju više od 5 cifara:
  - 452, -1275, -9999
- Izračunati u kodu višak 3, pri čemu se podrazumeva da dekadni brojevi nemaju više od 5 cifara:
  - 1275+(-224); 345–798; -9901-999