

Prijemni ispit

Prezime Ime

1. Ako je $x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}} \right)$, $a > 0$, $b > 0$, dokazati da je

$$\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^2 - 1} - x} = \begin{cases} \frac{b-a}{2b} & \text{ako je } a \geq b, \\ \frac{a-b}{2a} & \text{ako je } a < b. \end{cases}$$

2. Da li se jedno rešenje jednačine

$$\frac{x\sqrt[3]{x} - 1}{x\sqrt[3]{x^2} - 1} - \frac{x\sqrt[3]{x^2} - 1}{x\sqrt[3]{x} - 1} = 6 \quad (1)$$

nalazi u intervalu $(20, 27)$?

3. Ako su a_1, a_2, \dots, a_n članovi aritmetičke progresije, dokazati da je

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_n}.$$