

Теорија бројева

Други колоквијум

10. јануар 2017. године

1. (5 поена)

Петар је рекао свом пријатељу Александру: „Помножи са 31 редни број месеца у ком си рођен, а затим помножи са 12 редни број дана у месецу у ком си рођен. Сабери та два броја и кажи ми колики је добијени збир, а ја ћу ти рећи кад ти је рођендан." После кратког размишљања, Александар је рекао број 292 и Петар је испунио обећање. Када је Александру рођендан?

2. (7 поена)

Решити систем конгруенција:

$$x - 4 \equiv 0 \pmod{24}, \quad x \equiv 40 \pmod{36}, \quad x \equiv 52 \pmod{56}.$$

3. (5 поена)

а) Доказати да једначина нема решења у скупу природних бројева

$$x! + y! = 10z + 9;$$

б) Решити у скупу целих бројева једначину $2y^2 + 5x = 2001$.

4. (6 поена)

а) Одредити све целе бројеве n за које је $\sqrt{n^2 + 6n - 7}$ цео број;

б) Решити у скупу природних бројева једначину $m^2 - n^2 = 101010$.