CYK-algoritam

- Za kontekstno slobodne gramatike $\mathbb{G} = (\Gamma, \Sigma, S, \mathcal{P})$ u normalnoj formi Čomskog postoji jednostavan algoritam kojim se rešava problem pripadanja: za zadatu reč $w \in \Sigma^*$ ispitati da li $w \in L(\mathbb{G})$ ili ne.
- Poželjno bi bilo da ukoliko $w \in L(\mathbb{G})$ algoritam proizvede i odgovarajuće drvo izvodjenja.
- Prikazaćemo tzv. CYK-algoritam (Kuk-Janger-Kasami algoritam).
  - Ako je $w = \varepsilon$, treba samo proveriti da li $S \to \varepsilon \in \mathcal{P}$.
  - Neka je $w = s_1 \cdots s_n \in \Sigma^+$ i $w[i,j] = s_i \cdots s_j$, $1 \leqslant i \leqslant j \leqslant n$. Pomenuti algoritam je zasnovan na sledećem zapažanju: provera da li je $X \to^* w[i,j]$ svodi se na sledeće slučajeve:
    - ako je $i = j$, treba proveriti da li $X \to s_i \in \mathcal{P}$;
    - ako je $i < j$, prvi korak odgovarajućeg izvodjenja mora biti $X \to YZ$, za neke promenljive Y i Z, što dalje znači da postoji k, $i \leqslant k < j$ takvo da $Y \to^* w[i,k]$ i $Z \to^* w[k+1,j]$.

CYK-algoritam

```
CYK-algoritam
INPUT: (Γ, Σ, S, 𝒫) – gramatika u normalnoj formi Čomskog;
       w = s_1 ··· s_n – reč iz Σ*
for i := 1 to n do
    U[i,i] := {X ∈ Γ | X → s_i ∈ 𝒫}
for d := 1 to n − 1 do;
    for i := 1 to n − d do
        j := i + d
        U[i,j] := ∅
        for k := i to j − 1 do
            U[i,j] := U[i,j] ∪
                  {X ∈ Γ | X → YZ ∈ 𝒫, Y ∈ U[i,k], Z ∈ U[k+1,j]}
OUTPUT: U[i,j] (U[i,j] sadrži sve promenljive X takve da X →* s_i ··· s_j)
if S ∈ U[1,n] then
    return TRUE
else
    return FALSE
```

Svojstva kontekstno-slobodnih jezika

Теорема

Skup kontekstno-slobodnih jezika nad istim alfabetom zatvoren je za uniju, nadovezivanje i Klinijevu zvezdicu.

Теорема

Za svaki konteksno-slobodan jezik L, postoji prirodan broj n takav da se svaka reč w, čija je dužina bar n ($|w| \geqslant n$), može rastaviti na pet delova $w = xuyvz$ takvih da važi:

- $|uv| \geqslant 1$;
- $|uyv| \leqslant n$;
- $xu^k yv^k z \in L$, *za svako* $k \geqslant 0$.

Теорема

Skup kontekstno-slobodnih jezika nad istim alfabetom nije zatvoren za presek i komplementiranje.