

## Теорија бројева - први поправни колоквијум

17.1.2019.

1. [4 поена] Одредити све цифре броја  $\overline{abcd}$  који је дељив са 72, при чему су  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  прости бројеви.
2. [5 поена] Дат је природан број  $n = 2^{20} \cdot 3^{15} \cdot 5^{10}$ .
  - а) Са колико нула се завршава број  $n$ ?
  - б) Која је прва цифра, гледајући с десна на лево, у броју  $n$  која је различита од 0?
  - в) Колико различитих делилаца има број  $n$ ?

### 3. [3 + 4 поена]

- а) Ако су  $d_1, d_2, \dots, d_m$  сви позитивни делиоци броја  $n \in \mathbb{N}$  (укључујући 1 и само  $n$ ), дока-зати да је

$$d_1^2 \cdot d_2^2 \cdot \dots \cdot d_m^2 = n^m.$$

- б) Да ли постоје прости бројеви  $p$  и  $q$  такви да је  $3p + 5q = 67$ ?

### 4. [4 поена] Испитати да ли једначина

$$x^2 + y^2 + z^2 = 879$$

има решења у скупу целих бројева.