

Мотивација у настави математике

Математику карактеришу многа својства. Једно од њих је управо и њена савршена симболика. Математика је једина наука, која има до крајњих граница развијену симболику, с којом је у стању да обухвати сва питања и проблеме својих опширних подручја. При томе не смео мешати њену суштину са њеним симболима, јер симболи сами за себе нису математика, него математику сачињавају они појмови и оне операције које ти симболи представљају. У том погледу постоји сличност између математике и музике. Ни ноте нису музика, иако су данас једно неопходно средство да се музичка замисао сачува и другима преда. Осим нота, има и других симбола којима се регулишу остали односи, друге финесе у области музике. Тако имамо и суштину математике, њену савршену хармонију, како у односима бројева, тако и у односима облика, док су симболи и формуле само онај апарат, којим се обрађује математички материјал.

Математички симболи значе кристализацију односа међу бројевима и међу фигурама, значе често целе дуге процесе. Мисаони математички процеси изражавају сву савршеност логичког мишљења.

Настава математике је сложен процес. На њену успешност утичу многи елементи. Важан задатак наставе математике је развијање комуникације на релацији наставник-ученици.

Текстуални задаци

Школски текстуални задаци су претежно такви проблемски задаци да број познатих величина, непознатих величина и услова готово увек омогућавају добијање решења. Такви задаци ипак често задају доста тешкоћа и ученицима и наставницима, па их неки наставници избегавају.

Сваки текстуалан задатак састоји се заправо од два задатка:

1. састављање једначина превођењем са говорног на математички језик
2. решавање једначина.

Први од њих није увек лаган, захтева приличан умни напор и познавање поступка рашчлањивања, што се неретко претпоставља да ученици знају и без објашњења. Одатле тешкоће, а резултат је најчешће одбојност према таквим проблемима. Међутим, свођење проблема на решавање једначина је вишеструко корисно, јер оно омогућава развијање логичког мишљења, досетљивости, опажања и умећа самосталног спровођења мањих истраживања. Зато такве проблеме није добро избегавати, већ их треба методички примерено објашњавати, како би они испунили своју образовну сврху.

Пример 1. *Мајка и три кћери имају заједно 100 година. Најмлађа кћи има четири пута мање година од својих сестара заједно. Када се родила друга кћи, мајка је имала осам пута више година од прве кћери. Када се родила трећа кћи, мајка је имала два пута више година од прве две кћери заједно. Колико година има мајка а колико њене кћери?*

У процесу свођења проблема на решавање једначина (система једначина) важну улогу имају питања која наставник поставља ученицима. Са једне стране, помоћу њих наставник проверава да ли су ученици разумели проблем и знају ли описати и издвојити све његове променљиве, а са друге стране, побуђује њихово мишљење и усмерава њихову мисао на битне делове проблема. Умеће постављања питања један је од облика наставникове креативности и зато га треба неговати и развијати.

Питања која се односе на разумевање задатка су: Шта је задато? Шта је непознато? Шта треба наћи? Колико има непознатих? Како ћеш означити непознате? Како гласи услов? Можеш ли рашчланити услов на делове? Можеш ли написати те делове? Да ли је услов довољан за одређивање непознатих? Можеш ли задатак поставити на други начин?

Питања која се односе на постављање једначина су: Можеш ли наћи везу између задатог и непознатог? Да ли је могуће задовољити услов? Која би чињеница могла помоћи при постављању једначине? Колико једначина треба поставити? Да ли си искористио све задато? Јеси ли искористио све делове услова? Знаш ли да решиш добијени систем једначина? Да ли си решавао сличан систем једначина? Можеш ли систем једначина свести на решавање једне једначине? Шта се може рећи о броју решења једначине?

Мотивација за наставну јединицу

Говорни језик, а делимично и математички језик, долазе до пуног изражаја при настојању да се код ученика побуди интерес према математици. Тај циљ најлакше се постиже примереном мотивацијом. Да би образложио потребу обраде неког математичког садржаја, наставник математике мора бити сигуран у себе и „уверљив“. Зато језички опис мотивације мора бити добро осмишљен и припремљен. При томе му стоје на располагању разне врсте мотивације: мотивациона питања, мотивациони примери, мотивациони задаци, мотивациона својства, историцизми и друго.

Код обраде неке наставне јединице значајну улогу имају питања која наставник поставља ученицима. Њима их подстиче на размишљање и усмерава њихове мисли на оно што је битно. На овај начин одређена питања постају облик мотивације за обраду неког наставног садржаја. Посебно су важна питања приликом обраде математичких садржаја где се очекује већа активност ученика и који су сами по себи доста сложени, као што су текстуални задаци, једначине и теореме са доказима.

Примери играју важну улогу у наставном процесу и разликују се по својој образовној улози. Једна врста примера су они који се налазе на почетку неког одељка. Такав пример је посебна врста уводног задатка којим се мотивише и разјашњава начин решавања неког теоретског питања. Њега објашњава и разрешава наставник. Друга врста су примери који се налазе на крају одељка. Њихова улога је углавном директна примена изведеног правила, закона или формуле. Ови примери мотивишу ученике за примену стеченог знања. То су примери проблема и појава из стварног живота. Такође, за боље разумевање конкретних проблема и појава често се користе апстрактни математички појмови. На овај начин се успоставља корелација између математике и других наставних предмета, што је од велике важности за образовање ученика.

Међу задацима у наставном процесу једну од најважнијих улога имају мотивациони задаци. При решавању таквог задатка ученици имају доста потешкоћа и најчешће не знају да га реше до краја. Тиме је улога уводног задатка заправо и остварена. Постављена проблемска ситуација указује на то да без нових знања посматрани проблем и њему сличне проблеме није могуће решити. Након обраде новог градива често такви задаци до тада нестандартни, одједном постају стандардни. При томе се није смањила њихова сложеност, већ тежина с обзиром на то да је знање ученика подигнуто на виши ниво.

Објекти (релације) се разликују међусобно по својим својствима. Посебно су важна својства која су њихова особеност и по којима се они издвајају из скупа других објеката (релација). Она служе за њихову дефиницију. Често два објекта имају слична својства, што омогућује да се након увођења и дефинисања једног објекта лакше дефинише и други. Ту посебно

важну улогу има закључивање по аналогiji (мисаони поступак при којем се из опажања да се два објекта подударају у одређеном броју својстава или односа изводи закључак да се они подударају и у другим својствима или односима, који се код једног објекта нису директно опажали).

Историцизми су још један од начина да се код ученика пробуди интерес према математици. Они подразумевају проучавање одређених питања са историјске стране. Треба ученике упознати са одређеним деловима из историје математике да би боље разумели и више ценили математичке појмове, идеје и методе. Елементи историцизама могу бити: научна математичка открића, историјски развој математичких идеја, анегдоте из живота великих математичара, математичке занимљивости и друго.

Метод разговора у настави математике

Ово је најчешћи избор наставне методе у раду са ученицима. Јасно је колику важност има у овоме језик и његова правилна употреба. Постављајући питања појединим ученицима, примерена њиховом предзнању, и водећи разговор са њима, наставник стиче одређену представу о начину свог подучавања и степену разумевања ученика. Питања не смеју бити стихијски одабрана, већ добро промишљена и припремљена. Питања се најчешће односе на разумевање проблема, на постављање једначина, на теорему и доказ.

Наведимо најчешћу грешку наставника математике при вођењу разговора.

Утврђивање новог градива је важна етапа наставног часа. Наставник добија потребну информацију о степену усвојености новог градива. Често се дешава да наставник постави питање неком слабом ученику и на њега не добија прецизан одговор. Ученик нешто нејасно изговара, мучи се и на крају даје погрешан одговор. Наставник закључује да не зна и одмах се обраћа другом, бољем ученику. Сасвим је вероватно да ће напреднији ученик тачно одговорити. Тиме није постигнут циљ наставе. Наставник је пропустио да утврди разлог незнања првог ученика. Заборавио је да слабији ученици често имају знатних тешкоћа при савладавању наставног градива. Заборавио је да је наставни процес заједничка активност наставника и ученика и да квалитет знања математике слабијих ученика у великој мери зависи од тог односа. Природно се намећу следећа питања: Зашто ученик не зна? Да ли је објашњење било довољно јасно? Да ли је питање тешко? Има ли још ученика који нису све разумели? Шта су ученици записали у свеске?

Језичко формулисање проблема и његово записивање значајно доприноси разумевању и решавању задатог проблема, што свакако представља веома важан аспект прожимања математичке и језичке писмености.

Један од начина за унапређивање наставе математике је коришћење задатака различитог типа. Тако се наглашава процес решавања проблема и дискусија, а не сам резултат. Ученици треба самостално да одаберу методу и речима да објасне како да приступе решавању задатака, када да примене поједини приступ, да објасне сваки корак у поступку решавања задатака, математичке разлоге за одабир неког корака у решавању задатка.

Постоје проблеми који имају једно решење али више могућих приступа. Метода решавања није задата (ученици је бирају самостално). Друга врста су проблеми који имају више различитих (коректних) решења тј. више нивоа на којима се задатак може решити (ученици различитих математичких способности).

Навешћемо неколико примера.

Пример 1. 1) *Одреди следећа три члана низа: 1, 4, 7, 10, 13, —, —, —.*

2) *Погледај следећи низ: 1, 4, 7, 10, 13,... Да ли је број 100 члан тог низа?*

Ученици ће, поред податка о ком аритметичком низу се ради, у задатку 2) дискутовати и о томе да ли је неки елемент члан тог низа или не и самим тим решавањем постићи боље разумевање особина задатог низа. ■

Пример 2. 1) *Поларни медвед је 10 пута тежи од Маје која има 50кг. Колика је маса поларног медведа?*

2) *Поларни медвед има масу 500кг. Колико ученика тежине 50кг треба окупити да заједно имају ту масу?*

У примеру 2) добијамо информацију о просечној тежини једног поларног медведа, док у задатку 1) такву информацију немамо све док не решимо задатак, па је вероватније да ће кроз пример 2) ученици усвајати и нека нова знања. ■

Пример 3. 1) *Израчунати $30 - (2 \cdot 5 + 14)$.*

2) *Саставити текстуални задатак који одговара изразу $30 - (2 \cdot 5 + 14)$.*

У задатку 1) већ је унапред познат поступак решавања и он има само једно решење. Такви задаци се углавном раде шаблонски. Задаци типа 2) имају више различитих поступака за решавање и више коректних решења, и ученици морају да употребе своје постојеће знање и примене га приликом креирања примера. ■

Квалитету језичког изражавања треба посветити пажњу у оквиру наставе свих школских предмета у разредној настави, што би знатно допринело неговању свести ученика о потреби коректног и квалитетног језичког изражавања у свим школским и животним ситуацијама. Намеће се закључак да су у настави недовољно инсистира на креативности при решавању проблема. Један од показатеља јесу и типови задатака у акредитованим уџбеничким комплетима у којима је присутна извесна шаблонизација. Анализа садржаја задатака указује на потребу осавремењивања и прилагођавања проблемских задатака, пре свега у домену тема и контекста о којима се у задатку говори, а следствено томе и у погледу бројевних величина које се у задацима јављају.

Посебно су важни текстови задатака за домаћи. Задавање домаћег задатка треба да буде брижљиво промишљено и припремљено, али и обављено на примерен начин. Под тим се подразумева: наставников осврт на избор задатака, читање текстова од стране ученика, наставникова питања о разумевању задатка, објашњења и упутство за решавање тежих задатака и откривање начина њиховог решавања.

Ту се отвара могућност испољавања језичке креативности ученика. Поучно је и подстицајно да на следећем наставном часу наставник математике пред разредом истакне уочена успешнија и оригиналнија решења. Проверавање записа у свескама треба да буде саставни део свакодневне наставникове делатности. Исход проверавања свеске сваког ученика може се узети у обзир при оцењивању његовог свеукупног рада. Како треба водити свеске, наставник математике објашњава ученицима на почетку сваке школске године.

Наставник математике треба да познаје све проблеме који се у настави појављују, разлоге зашто се на појединим местима избегава строгост и прецизност, а прибегава поједностављеном начину изражавања и допушта одређена толеранција. Понекад су поједностављења заиста нужна, али постоје и она која нису оправдана и чији утицај на јасноћу подучавања није добар.

Забавни задаци

Математика се сматра тешким и сувопарним предметом. Велики број деце има одбојност према њој и учење исте доживљава као „мучење“. Да би се ово избегло или у знатној мери ублажило и помогло деци да заволе математику треба што више повезивати њене наставне садржаје са проблемима из свакодневног живота и покушати представити је на што забавнији начин. Овакав приступ може повећати интерес за решавање математичких проблема код деце. За решавање забавних задатака обично је довољно најосновније знање из аритметике, алгебре и геометрије. Њихове добре стране се огледају у једноставним и разумљивим формулацијама. Текстови обично буду писани у облику малих духовитих причица из свакодневног живота, пропраћени лепим илустрацијама. Ови задаци помажу развој домишљатости и логичког расуђивања код деце и повећавају њихов интерес за математику. Осим тога, значајни су за популаризацију математике као наставног предмета и математике уопште. Најчешће су то игре с бројевима, комбинаторни проблеми, задаци са магичним квадратима или они где треба нешто нацртати једним потезом оловке, задаци са шибицама и штапићима, разрезивање и састављање ликова, покривање ликова, тестови, математичке игре,...

Честе грешке које ученици праве

Разумљиво је да ученици праве грешке приликом решавања задатака. Код ученика можемо уочити неке типичне грешке.

Пример 1. Неки слабији ученици ће код разломка извршити недозвољено скраћивање $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b}{c}$. ■

Постоји и група сугерисаних грешака, где ми питањима наводимо некога да погрешно.

Пример 2. Најпре питамо ученике колико прстију имамо на једној руци и при томе покажемо отворену шаку. Одговор је 5. Затим покажемо заједно обе руке и питамо колико прстију имамо на две руке. Одговор је 10. Сада, ако спустимо обе руке, постоје визуелни разлози, да ћемо на питање колико има прстију на 10 руку добити одговор 100, уместо 50. ■

Пример 3. У хотел су свратила три путника да преноће. Ујутру је сваки платио 100 динара за преноћиште са примедбом да је то прескупо. Хотелијер зато врати собару 50 динара од примљених 300 динара. Собар, међутим, задржи за себе 20 динара, а сваком путнику врати по 10 динара. Закључујемо следеће: сваки путник је платио по 90 динара, што је укупно за њих тројицу 270 динара, собар је задржао 20 динара, што је заједно 290 динара. Где је онда још 10 динара који недостају од 300 динара.

Шта је овде погрешно?

Погледајмо и примере где је поступак решавања погрешан, а резултат ипак тачан. Тачност резултата не потпуно занемарљива, јер такви поступци обично носе са собом озбиљне материјалне грешке на које би требало посебно сренути пажњу ученицима.

Пример 5. При решавању логаритамске једначине ученик је исписао следеће кораке.

$$\begin{aligned}\ln(x - 7) &= \ln 3 && /: \ln \\ x - 7 &= 3\end{aligned}$$

$$x = 10$$

Резултат је тачан, али је при решавању направљена суштинска грешка дељењем једначине са $\ln$. На основу дефиниције логаритамске функције и њених особина (инјективности), закључујемо да је $x - 7 = 3$. ■

Пример 6. *Скратити разломак $\frac{26}{65}$.*

Када ученик скрати у бројиоцу и имениоцу 6 код разломка $\frac{26}{65}$ и напише резултат $\frac{2}{5}$, онда је такав поступак погрешан, а резултат је тачан, јер ако разломак $\frac{26}{65}$ скратимо исправно са 13, добијамо заиста резултат $\frac{2}{5}$.

Домаћи задаци

У завршном делу наставног часа наставник обично ученицима задаје домаћи задатак. Из различитих разлога (опсежности наставног градива, недовољно добре организације часа, губитка времена услед недисциплине на часу,...) често се то чини брзо и без икаквих објашњења, понекад и након звона. То доводи до смањења заинтересованости ученика за њихову израду. Задавање домаћих задатака треба бити брижљиво промишљено и припремљено. Под тим се подразумева наставников осврт на избор задатака, читање текстова задатака од стране ученика, наставникова питања о разумевању задатака, објашњења и упутства за решавање тежих задатака. Наведено доприноси мотивацији ученика. Такође је потребно редовно, потпуно или делимично прегледати домаће задатке и похвалити ученике са комплетним и оригиналним решењима. На овај начин решавање домаћих задатака постаје стална и природна навика ученика што је од велике важности за њихово образовање и васпитање. Поред традиционалног начина избора обавезних задатака, постоје и савременије могућности као што су: избор задатака различите тежине и навођење оних које су ученици обавезни решавати, а које не, да ученици сами бирају које задатке ће решавати за домаћи, или да бирају од оних задатака које је наставник предложио, да они сами састављају неке задатке за домаћи задатак,... Ово додатно мотивише ученике и постиже код њих бољу психолошку припрему за решавање домаћих задатака.

Оцењивање

Оцењивање може бити јако мотивационо средство за учење математике. Није редак случај да је већи број слабих оцена из математике у односу на друге наставне предмете. То се често оправдава недостатком математичких способности код ученика и тврђењем да је математика тежак предмет. Први разлог није истинит, јер сваки ученик, према својим могућностима може да прати, савладава и усваја математичке садржаје прописане наставним програмом, док у другој тврдњи има доста истине. Оцене из математике у великој мери зависе од начина рада. Појмови који се у њој изучавају су апстрактни, градиво је уско повезано, његова тежина поступно расте, а стечено знање треба знати применити. Савладавање и усвајање градива захтева независан, систематичан и континуиран рад. Ученике треба од почетка математичког образовања навикавати на такав рад. При испитивању и давању оцена пожељно је да наставник постави ученицима нека од следећих питања: постоји ли неки разлог због којег ученик није спреман за испитивање? колико му је времена потребно за исто? да ли је тог дана већ одговарао из неког другог предмета? коју

оцену би волео да добије? шта одељење мисли и коју оцену предлаже? да ли ученик жели да одговара за већу оцену? Ово је могуће тек након што је наставник током подучавања остварио васпитне циљеве наставе (одговорност према раду, самокритичност, истинољубивост, праведност, уважавање туђег мишљења, комуникативност). Такође је веома битно да ученици буду упознати са начином на који ће наставник вредновати њихов рад

Математичка такмичења

Добар начин да се ученици заинтересују за математику јесте и решавање такмичарских задатака. Постоје такмичења из математике (међународно такмичење „Кенгур без граница“, „Мислиша“ осмишљено по узору на исто) где могу учествовати сви ученици, а не само најбољи. Кроз то се ученицима испуњава природна жеља да провере своје математичке способности. Често ти задаци нису тешки, само су потребна одређена знања, мало спретности и домишљатости, где значајну улогу има наставник. Током припрема за такмичење његов задатак је да ученицима прикаже решења одређених задатака на што једноставнији начин. Код ученика који се такмиче јача вера за будућа такмичења. Ове задатке је могуће радити и на редовним часовима, где и остали ученици у одељењу схватају да могу решавати неке од такмичарских задатака што појачава њихову мотивацију за учење математике.

Рачунари у настави математике

Рачунари потепено улазе у наставу математике. Они побољшавају примену методе демонстрације и програмиране методе. Уз помоћ њих знање се стиче индивидуалним практичним радом и подстиче се креативност код деце. Омогућују ученицима да откривају и проверавају математичке истине. Тако се преко компјутера могу видети Питагорина или Талесова теорема, изводити геометријске конструкције, истраживати геометријски ликови у простору и њихова својства,... Све ово мотивише на рад. Описане начине мотивације треба комбиновати и што чешће користити у настави. Поред њих постоје још неки облици мотивације као што су: израда панона, израда модела геометријских тела, математичке игре, квизови, пројекти, часописи,... То све захтева озбиљну припрему и велики напор, али има огроман значај за мотивисање ученика у њиховом раду и учењу и за један веома квалитетан наставни процес.