29.03.2020. године

1. Решити једначину $(x^2-4ab)(x-a+b)^2+(a-b)^2x^2=0,$ где су a и b реални параметри.

Ученик је решио на следећи начин:

Поделимо дату јадначину са $(x-a+b)^2$. Тако добијамо:

$$x^2-4ab+\frac{(a-b)^2x^2}{(x-a+b)^2}=0,$$

односно

$$\left(x+\frac{(a-b)x}{x-a+b}\right)^2-2\frac{(a-b)x^2}{x-a+b}-4ab=0,$$

тј.

$$\left(\frac{x^2}{x-a+b}\right)^2-2(a-b)\frac{x^2}{x-a+b}-4ab=0.$$

После увођења смене $t=\dfrac{x^2}{x-a+b}$ *добијамо квадратну једначину по* t*, чија су решења* $t_1=2a$, $t_2=-2b$.

Сада је потребно решити квадратне једначине $\dfrac{x^2}{x-a+b}=2a$ *и* $\dfrac{x^2}{x-a+b}=-2b$.

Прва једначина има реална решења

$$x_1=a+\sqrt{a(2b-a)} \text{ и } x_2=a-\sqrt{a(2b-a)},$$

док друга има решења

$$x_3=-b+\sqrt{b(2a-b)} \text{ и } x_4=-b-\sqrt{b(2a-b)}.$$

Према томе,

$$x\in\{a+\sqrt{a(2b-a)},a-\sqrt{a(2b-a)},-b+\sqrt{b(2a-b)},-b-\sqrt{b(2a-b)}\},\ a,b\in\mathbb{R}.$$

Бодовати рад ученика поенима од 0 **до** 20 **са образложењем таквог бодовања.** Затим коректно решити задатак (ако сматрате да је ученик направио неку грешку при решавању датог задатка).