

ОЦЕЊИВАЊЕ УЧЕНИКА

13.04.2020.

1. Задатак

У скупу реалних бројева решити једначину

$$\sqrt{\log_x \sqrt{3x}} \cdot \log_3 x = -1,$$

један ученик је решио на следећи начин.

Како је даћа једначина еквивалентна са једначином

$$\sqrt{\frac{1}{2}(\log_x 3 + 1)} \cdot \log_3 x = -1,$$

уводећи смену $\log_3 x = t > 0$, имамо

$$\sqrt{\frac{1+t}{2}} = -\frac{1}{t}.$$

Квадрирањем, добијамо

$$\frac{1+t}{2} = \frac{1}{t^2},$$

одакле је $t^3 + t^2 - 2 = 0$. Пошто је

$$t^3 + t^2 - 2 = (t-1)(t^2 + 2t - 2),$$

имамо да је $t_1 = 1$ и $t_2 = -1 + \sqrt{3}$, док решење $t_3 = -1 - \sqrt{3} < 0$, па није решење полазне једначине. Коначно је $\log_3 x = 1$ па је $x = 1^3 = 1$ једно решење, а $\log_3 x = -1 + \sqrt{3}$, па је $x = (-1 + \sqrt{3})^3$ друго решење даће једначине.

Бодовати рад ученика поенима од 0 до 20 са образложењем таквог бодовања. Затим коректно решити задатак (ако сматраће да је ученик направио неку грешку при решавању даћој задатка).