

СПЕКТРАЛНА ТЕОРИЈА ОПЕРАТОРА

Прво предавање-помоћни материјал

14. октобар 2020.

1. Дефинисати метрику и метрички простор.
2. Подсетити се метричких простора $(\mathbb{R}^n, d_p)$, $1 \leq p \leq +\infty$, и уочити везу између метрика d_p , $1 \leq p \leq +\infty$.
3. Дефинисати отворену, затворену куглу и сферу у метричком простору (X, d) .
4. Графички представити отворене кугле са центром у $O(0, 0)$ полупречника 1 у метричким просторима $(\mathbb{R}^2, d_1)$, $(\mathbb{R}^2, d_2)$, $(\mathbb{R}^2, d_\infty)$.
5. Испитати за које вредности реалних параметара a и b је функција $d(x, y) = |ax + by|$ метрика на $\mathbb{R}$.
6. Испитати да ли је $d_p(x, y) = \sqrt[p]{|x_1 - x_2|^p + |y_1 - y_2|^p}$, $p < 1$, метрика на $\mathbb{R}^2$.
7. Навести познате метрике на скупу $C[a, b]$, скуп свих непрекидних функција на интервалу $[a, b]$.
8. Испитати да ли је $d(f, g) = \min_{t \in [a, b]} |f(t) - g(t)|$ метрика на скупу $C[a, b]$.
9. Навести све просторе низова и метрике на тим просторима.
10. Навести дефиниције конвергентног и Кошијевог низа у метричком простору (X, d) .
11. Навести (познате) примере комплетних и некомплетних метричких простора.
12. Дефинисати нормиран простор.
13. Испитати да ли је сваки метрички простор нормиран и обрнуто.
14. Увести норме на просторима $\mathbb{R}^n$, $C[a, b]$ и ℓ_p , $1 \leq p \leq +\infty$.