

Математика 1

Октобар 2020.

1. Навести аксиому непрекидности реалних бројева. Формулисати и доказати теорему о супремуму. [5]
2. Формулисати и доказати теорему о потребним и довољним условима да монотон низ конвергира. Доказати да за $q > 0$ низ $\left(\frac{q^n}{n!}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ конвергира и одредити његову граничну вредност. [5]
3. Навести дефиницију конвергенције реалних редова и одредити суму реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$. [5]
4. Навести дефиницију $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b, b \in \mathbb{R}$. Користећи дефиницију доказати да је $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x-2} = -1$. [5]
5. Навести дефиницију левог и десног извода функције f у тачки x_0 . Испитати диференцијабилност функције $f(x) = e^{|x|}$. [5]
6. Формулисати и доказати теорему о изводу сложене функције. Израчунати $(x^{\sin x})'$. [5]
7. Формулисати и доказати теорему о монотоности функције преко првог извода. [5]
8. Формулисати и доказати теорему о смени променљиве неодређеног интеграла и израчунати интеграл $\int \frac{1}{x(1-\ln^2 x)} dx$. [5]
9. Формулисати и доказати теорему о адитивности одређеног интеграла и израчунати $\int_0^{10} [\sqrt{x}] dx$. [5]
10. Навести дефиницију области егзистенције и јединствености решења и општег решења диференцијалне једначине првог реда. Решити диференцијалну једначину $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x}$. [5]

Математика 1

Октобар 2020.

1. Навести аксиому непрекидности реалних бројева. Формулисати и доказати теорему о супремуму. [5]
2. Формулисати и доказати теорему о потребним и довољним условима да монотон низ конвергира. Доказати да за $q > 0$ низ $\left(\frac{q^n}{n!}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ конвергира и одредити његову граничну вредност. [5]
3. Навести дефиницију конвергенције реалних редова и одредити суму реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$. [5]
4. Навести дефиницију $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b, b \in \mathbb{R}$. Користећи дефиницију доказати да је $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x-2} = -1$. [5]
5. Навести дефиницију левог и десног извода функције f у тачки x_0 . Испитати диференцијабилност функције $f(x) = e^{|x|}$. [5]
6. Формулисати и доказати теорему о изводу сложене функције. Израчунати $(x^{\sin x})'$. [5]
7. Формулисати и доказати теорему о монотоности функције преко првог извода. [5]
8. Формулисати и доказати теорему о смени променљиве неодређеног интеграла и израчунати интеграл $\int \frac{1}{x(1-\ln^2 x)} dx$. [5]
9. Формулисати и доказати теорему о адитивности одређеног интеграла и израчунати $\int_0^{10} [\sqrt{x}] dx$. [5]
10. Навести дефиницију области егзистенције и јединствености решења и општег решења диференцијалне једначине првог реда. Решити диференцијалну једначину $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x}$. [5]