

Поправни други колоквијум из Увода у геометрију
23.1.2020.

1. Дат је правоугли троугао ABC са правим углом у темену A . Ако је D подножје висине из темена A , B_1 средиште катете AC и C_1 средиште катете AB , доказати да се око четвороугла AC_1DB_1 може описати круг.
2. Дат је угао $\angle mOn$, тачке M и P на краку Om и тачке N и Q на краку On , такве да је $MN \parallel PQ$. Права q кроз тачку Q , паралелна са NP , сече крак Om у тачки R . Доказати да је дуж OP геометријска средина дужи OM и OR .
3. У троугао ABC уписати једнакокраки правоугли троугао MPQ тако да $M \in BC$, $P \in AC$, $Q \in AB$ и хипотенуза PQ је паралелна са правом BC .
4. У троуглу ABC конструисане су нормале BE и CF на симетралу AD угла $\angle BAC$, $D \in BC$. Доказати да је $AE \cdot DF = AF \cdot DE$.
5. Ако је $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$, израчунати $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.