Minimizacija PF Karnoovim mapama

Karnoova mapa

- Karnoova mapa je jedan od nacina zadavanja (jedna od formi) prekidacke funkcije.
- Minimizacija ovom metodom podrazumeva da je funkcija predstavljena Karnoovom mapom.
- Proces minimizacije se sastoji od nekoliko jednostavnih koraka.

Karnoova mapa

- Ovom metodom moguće je dobiti minimalnu **D**NF i minimalnu KNF funkcije.
- Postupak je prakticno gotovo isti uz male razlike u zavisnosti od prirode trazene forme!

Karnoova mapa
Postupak nalazenja minimalne DNF

- Na Karnoovoj mapi uociti sva polja u kojima je upisana 1.
- Zaokruzivanje obeleziti na mapi oblasti gde su jedinice grupisane jedna pored druge (susedne), pod uslovima:

Karnoova mapa
Postupak nalazenja minimalne DNF

- zona mora biti konveksna;
- zona mora imati ukupan broj jedinica jednak 2^{n}, moze se sastojati od jedne jedinice, dve, cetiri, ili osam, šesnaest itd... broj jedinica mora biti stepen dvojke
- polja koja su krajnje levo na mapi smatraju se susednim sa poljima koja su krajnje desno
- isto vazi i za krajnje gornja i krajnje donja polja – kao da je mapa istovremeno presavijena u krug i po vertikali.

Karnoova mapa
Postupak nalazenja minimalne DNF

- zone medjusobno mogu da se presecaju, jedno polje moze da obuhvati vise zona.
- postupak minimizacije svodi se na to da ima *što manje* zona i da svaka zona bude *što veća*.

Karnoova mapa
Postupak nalazenja minimalne DNF

•svaka zona odgovara jednom sabirku (tj. proizvodu) minimalne sume proizvoda.

• koliko ima zona, toliko ima proizvoda, pa se zato tezi da se ima što manje zona, a da sve jedinice budu pokrivene.

Formiranje jednog proizvoda na osnovu jedne zone

- svako polje u mapi odgovara jednoj kombinaciji ulaznih promenljivih
- posmatramo jednu zonu I polja koja cine tu zonu tako sto posmatramo kombinacije vrednosti promenljivih na svim poljima iz te zone
- uocimo koje promenljive *ne menjaju svoju vrednost na svim poljima te zone te zone jer samo te promenljive ulaze u prozivod.*

Formiranje jednog proizvoda na osnovu jedne zone

- ako promenljiva na svim poljima te zone ima vrednost **1**, onda će ona u proizvodu ucestvovati **ne**komplementirana.

Formiranje jednog proizvoda na osnovu jedne zone

•ako promenljiva na svim poljima te zone ima vrednost **0**, onda će ona u proizvodu ucestvovati komplementirana.

Karnoova mapa
Postupak nalazenja minimalne KNF

- umesto sume proizvoda trazimo proizvod suma
- obelezavamo zone u kojima su upisane 0.
- Svaka zona sada ne cini sabirak(prozvod) vec cinilac(sumu).
- promenljive koje zadrzavaju nulu na zoni **nisu** komplementirane, a one koje zadrzavaju jedinicu se komplementiraju.

Primeri minimizacije Karnoovom mapom

Predstaviti Karnoovom mapom funkciju $f(x_1,x_2,x_3,x_4)$ zadatu skupom decimalnih indeksa $f_{(1)}=\{1,3,4,5,8,14,15\}$. Naći minimalnu DNF ove funkcije.

$$f_{(1)}=\{1,3,4,5,8,14,15\} \Rightarrow f_{(0)}=\{0,2,6,7,9,10,11,12,13\}$$

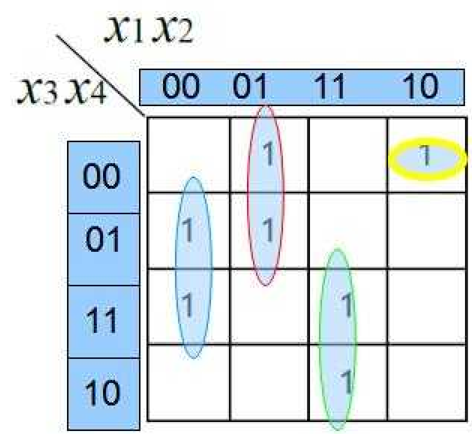
Primeri minimizacije Karnoovom mapom

$$f_{(1)} = \{1,3,4,5,8,14,15\} \Rightarrow f_{(0)} = \{0,2,6,7,9,10,11,12,13\}$$

i	X1	X2	X3	X4	f(X1,X2,X3,X4)
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

Primeri minimizacije Karnoovom mapom

i	X1	X2	X3	X4	f(X1,X2,X3,X4)
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1



$$f = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,x_4 + \overline{x_1}\,x_2\,\overline{x_3} + x_1\,x_2\,x_3 + x_1\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$$

Primeri minimizacije Karnoovom mapom

Naći minimalnu DNF funkcije $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ zadate skupom decimalnih indeksa

$f_{(0)} = \{3, 11, 15\}$.

$$f_{(0)} = \{3, 11, 15\} \Rightarrow f_{(1)} = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14\}$$

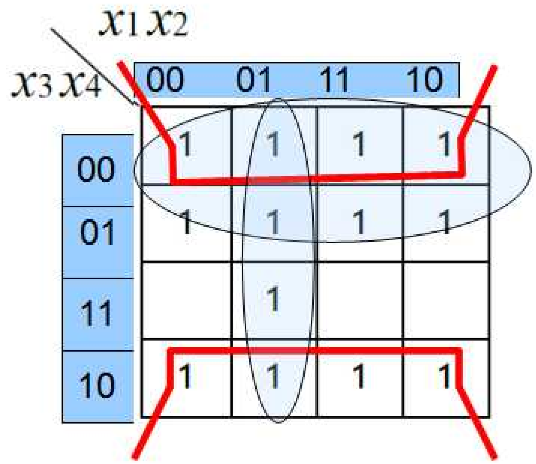
Primeri minimizacije Karnoovom mapom

$$f_{(0)} = \{3,11,15\} \Rightarrow f_{(1)} = \{0,1,2,4,5,6,7,8,9,10,12,13,14\}$$

i	X1	X2	X3	X4	f(X1,X2,X3,X4)
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

Primeri minimizacije Karnoovom mapom

i	X1	X2	X3	X4	f(X1,X2,X3,X4)
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0



$$f = \overline{x_3} + \overline{x_4} + \overline{x_1}\, x_2$$

Primeri minimizacije Karnoovom mapom

Naci minimalnu DNF funkcije $f(x_1,x_2,x_3,x_4)$ zadate skupom decimalnih indeksa $f_{(1)} = \{0,1,5,7,8,9,13,14\}$.

$$f_{(1)} = \{0,1,5,7,8,9,13,14\} \Rightarrow f_{(0)} = \{2,3,4,6,10,11,12,15\}$$

Primeri minimizacije Karnoovom mapom

$$f_{(1)} = \{0,1,5,7,8,9,13,14\} \Rightarrow f_{(0)} = \{2,3,4,6,10,11,12,15\}$$

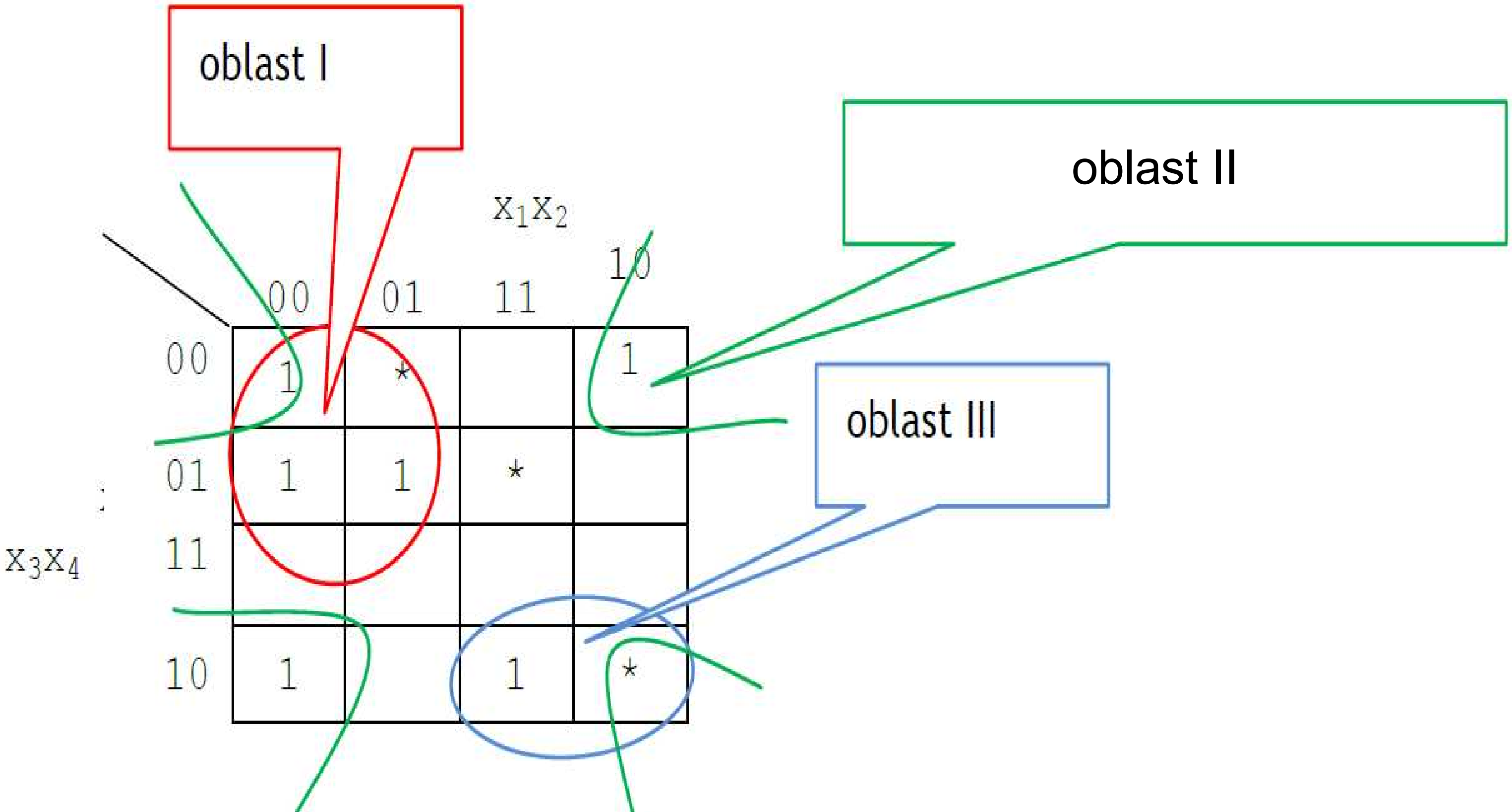
i	X1	X2	X3	X4	f(X1,X2,X3,X4)
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1	1	1
11		1		
10			1	

$$f = \overline{x_3}x_4 + \overline{x_2}\,\overline{x_3} + \overline{x_1}\,x_2\,x_4 + x_1\,x_2\,x_3\overline{x_4}$$

Primeri minimizacije Karnoovom mapom

Funkcija $f(x_1,x_2,x_3,x_4)$ je nepotpuno definisana sa $f^{(1)} = \{0,1,2,5,8,14\}$ i $f^{(*)} = \{4,10,13\}$. Naći minimalnu DNF.

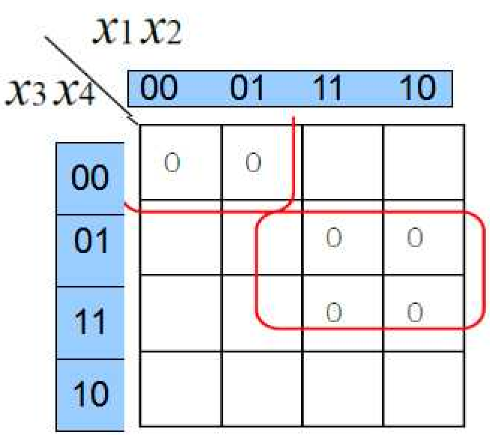


$$f = \bar{x}_1\bar{x}_3 + \bar{x}_2\bar{x}_4 + x_1x_3\bar{x}_4$$

I II III

Primeri minimizacije Karnoovom mapom

Odrediti minimalnu KNF funkcije zadate Karnoovom mapom.



Pokrivamo 0 I trazim proizvod sume.
Clanovi koji se ne menjaju ako su 0 ostaju nekomplementirani,
Ako su 1, komplementiraju se.

$$f = \left(\bar{x}_1 + \bar{x}_4\right)\cdot\left(x_1 + x_3 + x_4\right)$$