

МАТЕМАТИКА 1

Први колоквијум

04.12.2020.

1. (3 поена) Показати математичком индукцијом да је следеће тврђење истинито за сваки природан број n

$$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!} = \frac{(n+1)! - 1}{(n+1)!}.$$

2. Израчунати (урађено без примене Лопиталовог правила вреди више поена)

а) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}{\sin 2x}$; (3 поена / 1 поен)

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}$. (3 поена / 1 поен)

3. Испитати апсолутну и условну конвергенцију редова

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n(2n-1)}}$ (3 поена); б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{5^n \cdot \ln(n+1)}$ (3 поена).

4. (4 поена) Одредити параметре a и b тако да функција f буде непрекидна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2020x)}{x}, & x < 0; \\ ax + b, & 0 \leq x \leq 1; \\ \frac{\ln(x^2)}{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$

5. (4 поена) Одредити вредност реалних параметара a и b тако да тангента на криву $y = ax^2 + bx$ у тачки $x = 2$ има једначину $y = x + 1$.