

МАТЕМАТИКА 1

Први колоквијум

8.12.2021.

1. (3 поена) Показати математичком индукцијом да је следеће тврђење истинито за сваки природан број n

$$\frac{1^4}{1 \cdot 3} + \frac{2^4}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{n^4}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n(n+1)(n^2+n+1)}{6(2n+1)}.$$

2. Израчунати (урађено без примене Лопиталовог правила вреди више поена)

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$; (3 поена / 1 поен)

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt[3]{1+3x^2}} - e}{1 - \cos x}$. (3 поена / 1 поен)

3. Испитати апсолутну и условну конвергенцију редова

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{2^n \cdot n!}$ (3 поена); б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{\sqrt{n^2+2}+n}$ (3 поена).

4. (4 поена) Одредити константе $a, b \in \mathbb{R}$ тако да функција f буде непрекидна

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{4x}, & x < 0; \\ b^2x^2 + b(x+2), & 0 \leq x \leq 2; \\ e^{\frac{1}{2-x}} - 1, & x > 2. \end{cases}$$

5. (4 поена) Одредити једначину оне тангенте криве $y = \arctg(-x^2) + 3x + 1$ која је нормална на праву $2x + 6y + 5 = 0$.

Напомена: Да би се изашло на завршни испит потребно је, поред 26 поена на предиспитним обавезама, остварити и **најмање 8 поена** на сваком од колоквијума.