

ПРАВИЛНИК О ПРОГРАМУ НАСТАВЕ И УЧЕЊА ЗА ОСМИ РАЗРЕД ОСНОВНОГ ОБРАЗОВАЊА И ВАСПИТАЊА

Назив предмета **МАТЕМАТИКА**

Циљ Учења Математике је да ученик, овладавајући математичким концептима, знањима и вештинама, развије основе апстрактног и критичког мишљења, позитивне ставове према математици, способност комуникације математичким језиком и писмом и примени стечена знања и вештине у даљем школовању и решавању проблема из свакодневног живота, као и да формира основ за даљи развој математичких појмова.

Разред **Осми**
Годишњи фонд часова **136 часова**

ИСХОДИ	ОБЛАСТ/ТЕМА	САДРЖАЈИ
По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:		
– примени Талесову теорему у геометријским задацима и реалном контексту; – примени сличност троуглова у геометријским задацима и реалном контексту; – анализира односе тачака, правих и равни у простору и запише те односе математичким писмом; – представља цртежом односе геометријских објеката у равни и простору и користи их приликом решавања задатака; – уочи правоугли троугао у простору и примени Питагорину теорему у геометријским задацима и реалном контексту; – реши линеарну једначину, неједначину и систем	СЛИЧНОСТ	Пропорционалне величине. Талесова теорема. Сличност троуглова. Примене сличности.
	ТАЧКА, ПРАВА И РАВАН	Однос тачке и праве, тачке и равни. Односи правих; мимоилазне праве. Односи праве и равни, нормала на раван, растојање тачке од равни. Односи две равни. Ортогонална пројекција на раван (тачке, дужи и праве). Угао између праве и равни. Полиедар.
	ЛИНЕАРНЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ С ЈЕДНОМ НЕПОЗНАТОМ	Линеарна једначина. Решавање линеарних једначина с једном непознатом. Линеарна неједначина. Решавање

линеарних једначина са две непознате; – реши реалне проблеме користећи линеарну једначину, неједначину или систем линеарних једначина са две непознате; – израчуна површину и запремину праве призме и четворостране пирамиде (основа правоугаоник), правилне тростране и шестостране пирамиде; – израчуна површину и запремину ваљка, купе и лопте; – примени обрасце за површину и запремину тела у реалним ситуацијама; – нацрта и анализира график линеарне функције; – учествује у избору истраживачког пројекта и начина рада.		линеарних неједначина с једном непознатом. Примена у реалним ситуацијама.
	ПРИЗМА	Призма: појам, врсте, елементи. Мрежа праве призме. Површина праве призме. Запремина праве призме.
	ПИРАМИДА	Пирамида; појам, врсте, елементи. Мрежа пирамиде. Површина пирамиде. Запремина пирамиде.
	ЛИНЕАРНА ФУНКЦИЈА	Линеарна функција ($y = kx + n$). График линеарне функције; нула и знак функције, монотоност. Имплицитни облик задавања линеарне функције. Цртање и читање графика линеарних функција.
	СИСТЕМИ ЛИНЕАРНИХ ЈЕДНАЧИНА С ДВЕ НЕПОЗНАТЕ	Појам линеарне једначине с две непознате. Појам система од две линеарне једначине с две непознате. Решавање система методом замене и методом супротних коефицијената; графичка интерпретација система. Примена у реалним ситуацијама.
	ВАЉАК, КУПА И ЛОПТА	Ваљак и његови елементи. Мрежа ваљка. Површина и запремина правог ваљка. Купа и њени елементи. Мрежа купе. Површина и запремина праве купе. Појам лопте и сфере. Пресеци лопте (сфере) и равни. Површина и запремина лопте.

Кључни појмови садржаја: сличност, линеарна функција, систем линеарних једначина, призма, пирамида, ваљак, купа и лопта.

УПУТСТВО ЗА ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКО ОСТВАРИВАЊЕ ПРОГРАМА

При избору садржаја и писању исхода за предмет математика узета је у обзир чињеница да се учењем математике ученици оспособљавају за: решавање разноврсних практичних и теоријских проблема, комуникацију математичким језиком, математичко резонување и доношење закључака и одлука. Такође, у обзир је узета и чињеница да сам процес учења математике има своје посебности које се огледају у броју година изучавања и недељног броја часова предмета и неопходности стицања континуираних знања.

Наставници у својој свакодневној наставној пракси, треба да се ослањају на исходе, јер они указују шта је оно за шта ученици треба да буду оспособљени током учења предмета у једној школској години. Исходи представљају очекиване и дефинисане резултате учења и наставе. Остваривањем исхода, ученици усвајају основне математичке концепте, овладавају основним математичким процесима и вештинама, оспособљавају се за примену математичких знања и вештина и комуникацију математичким језиком. Кроз исходе се омогућава остваривање и међупредметних компетенција као што су комуникација, рад са подацима и информацијама, дигитална компетенција, решавање проблема, сарадња и компетенција за целоживотно учење.

Предлог за реализацију програма

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама (укупан број часова за тему, број часова за обраду новог градива + број часова за утврђивање и систематизацију градива). Приликом израде оперативних планова наставник распоређује укупан број часова предвиђен за поједине теме по типовима часова (обрада новог градива, утврђивање и увежбавање, понављање, проверавање и систематизација знања), водећи рачуна о циљу предмета и исходима.

1. Сличност (16; 6 + 10)
2. Тачка, права и равна (12; 6 + 6)
3. Линеарне једначине и неједначине с једном непознатом (18; 6 + 12)
4. Призма (14; 6 + 8)
5. Пирамида (16; 6 + 10)
6. Линеарна функција (12; 5 + 7)
7. Системи линеарних једначина с две непознате (15; 6 + 9)
8. Ваљак, купа и лопта (16; 6 + 10)

Пројектни задатак (5)

Предложени редослед реализације тема није обавезан, већ само представља један од могућих модела.

Напомена: За обнављање градива, иницијални тест и анализу резултата иницијалног теста, планирана су 4 часа, а за реализацију 4 писмена задатака (у трајању од по једног часа), са исправкама, планирано је 8 часова.

I. ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Програм усмерава наставника да наставни процес конципира у складу са дефинисаним исходима, односно да планира како да ученици остваре исходе, и да изабере одговарајуће методе, активности и технике за рад са ученицима. Дефинисани исходи показују наставнику и која су то специфична знања и вештине која су ученику потребна за даље учење и свакодневни живот. Приликом планирања часа, исходе предвиђене програмом треба разложити на мање и на основу њих планирати активности за конкретан час. Треба имати у виду да се исходи у програму разликују, да се неки могу лакше и брже остварити, док је за одређене исходе потребно више времена, активности и рада на различитим садржајима. Исходе треба посматрати као циљеве којима се тежи током једне школске године. Наставу у том смислу треба усмерити на развијање компетенција, и не треба је усмерити само на остваривање појединачних исхода.

При обради нових садржаја треба се ослањати на постојеће искуство и знање ученика, и настојати, где год је то могуће, да ученици самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. Основна улога наставника је да буде организатор наставног процеса, да подстиче и усмерава активност ученика. Ученике треба упућивати да користе уџбеник и друге изворе знања, како би усвојена знања била трајнија и шира, а ученици оспособљени за примену у решавању разноврсних задатака.

На часовима треба комбиновати различите методе и облике рада, што доприноси већој рационализацији наставног процеса, подстиче интелектуалну активност ученика и наставу чини интересантнијом и ефикаснијом. Избор метода и облика рада зависи од наставних садржаја које треба реализовати на часу и предвиђених исхода, али и од специфичности одређеног одељења и индивидуалних карактеристика ученика.

II. ОСТВАРИВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Сличност – Користећи географске карте разних размера (стоне, зидне ...) поновити размеру дужи и израчунавања растојања на основу дате размере и измереног растојања на карти. Извршити уопштавање појма размере и на конкретним примерима показати како се израчунава четврта пропорционала (ако су три дужи дате нумерички). Поставити питање како проблем решити конструктивно (ако нису дате нумерички подаци), тј. ако се знају три дужи, како одредити четврту геометријску пропорционалу. На примерима објаснити и појам самерљивих дужи (основица и средња линија троугла, растојање од тежишта до темена и тежишна дуж ...) и несамерљивих дужи (страница и дијагонала квадрата).

Талесова теорема се на овом нивоу не може коректно доказати, али се ученици могу избором погодног упрошћеног модела и поступним, правилним закључивањем навести да исправно формулишу исказ Талесове теореме. Обрат Талесове теореме се може (али и не мора) доказати. Увежбавања везана за примену Талесове (и обратне) теореме организовати поступно тако да се и нумерички и конструктивно размотре могући случајеви примене. Посебну пажњу посветити конструктивној подели дужи на једнаке делове.

Сличност фигура показати на разним примерима из свакодневног живота. Дефиницију сличности троуглова и појам коефицијента сличности увести природно, разматрањем разних ситуација (када је реч о сличним троугловима и онима који то нису). За извођење тврђења о пропорционалности страница сличних троуглова (и обратне

теореме), као и за формулацију ставова сличности искористити Талесову теорему. Увежбавања везана за сличност троуглова реализовати на примерима одређивања страница и углова сличних троуглова.

Примену сличности троуглова реализовати на примерима из историје математике (легенда о томе како је Талес измерио висину Кеопсове пирамиде), практичним примерима примене (мерење широке реке без преласка на другу обалу, мерење висине брда ...) и примени сличности на правоугли троугао (доказ Питагорине теореме, релација између висине правоуглог троугла и одсецака на хипотенузи ...).

Тачка, права и раван – Обраду међусобних односа тачака, правих и равни у простору засновати на посматрању и анализи објеката у окружењу, користећи математичку терминологију и одговарајуће ознаке. Посебну пажњу треба посветити односима *паралелно* и *нормално* (између две праве, између праве и равни, односно између две равни). Однос између праве и равни повезати са одговарајућим односом између праве и њене ортогоналне пројекције на раван. Угао између праве и равни (када оне нису нормалне или паралелне) увести као угао између праве и њене ортогоналне пројекције на ту раван. Обновити Питагорину теорему и илустровати њену примену примерима и задацима у вези са ортогоналним пројектовањем дужи на раван. Полиедар увести као део простора ограничен многоугловима. Користећи основне примере полиедара (посебно оне који одговарају познатим реалним објектима) анализирати облик и број страна полиедара. Обновити својства коцке и квадра и кроз разноврсне примере и задатке повезати их са осталим садржајима ове наставне теме.

Предвиђене садржаје треба да прате задаци којима се подстиче оријентација у простору, просторна визуелизација, мисаоно сагледавање простора и сл. Будући да развоју ових способности значајно доприноси вештина представљања просторних односа сликама у равни, неопходно је код ученика подстицати вештину цртања (слободном руком и геометријским прибором) просторних фигура. Веома је важно да ученици коректно употребљавају пуне и испрекидане линије за приказивање видљивих и невидљивих ивица просторне фигуре у односу на изабрани правац посматрања, као и да уочавају елементе (пре свега праве углове) просторне фигуре који нису веродостојно приказани на равној слици.

Линеарне једначине и неједначине с једном непознатом – Ученици су се, у претходним разредима, упознали са решавањем једноставних линеарних једначина и неједначина. На самом почетку, једначине и неједначине су решавали користећи везе међу операцијама (уочавањем непознатог сабирка, чиниоца, умањеника, умањивоца, дељеника или делиоца), а касније користећи методу теразија. Ова претходна знања представљају темељ за коришћење еквивалентних трансформација при решавању једначина и неједначина.

На конкретним примерима показати да линеарна једначина $ax = b$:

- у случају да је $a \neq 0$ и $b \in R$ има јединствено решење,
- у случају да је $a = 0$ и $b \neq 0$ нема решења (скуп решења једначине је празан) и
- у случају да је $a = 0$ и $b = 0$ има бесконачно много решења (сваки реалан број је решење).

У осмом разреду није предвиђено да се решавају једначине са параметрима.

Ученици треба да овладају техникама помоћу којих се неке једначине могу еквивалентним трансформацијама свести на једначину облика $ax = b$.

Укључивати и примере једначина које се свODE на линеарне, а помоћу којих се обнављају и користе стечена знања о:

- апсолутној вредности (само случај $|ax + b| = c$),
- формулама за квадрат бинома и разлику квадрата (случајеви када се квадратни чланови анулирају),
- условима под којима су производ, односно количник једнаки нули.

На сличан начин приступати и решавању линеарне неједначине уз истицање разлика (у случају множења негативним бројем мења се смисао неједнакости). Решења неједначина приказивати на бројевној правој и у одговарајућем скуповном запису.

Решавајући текстуалне проблеме, укључујући оне из сродних предмета, као и из реалног контекста, ученици увиђају потребу за састављањем одговарајућих једначина и неједначина, при чему утврђују научене формалне поступке, сагледавају потребу за њиховом применом и умеју да образложе добијено решење.

Призма и пирамида – Да би ученици што лакше упознали геометријска тела – призму и пирамиду, њихове елементе, уочавали дијагоналне пресеке и научили да израчунавају површине и запремине ових тела, треба користити њихове моделе, мреже, скице и слике. Препоручљиво је да и сами ученици цртају мреже и израђују моделе проучаваних тела.

Предвиђено је израчунавање површине и запремине следећих тела: праве тростране и четворостране призме, правилне шестостране призме, четворостране пирамиде (основа правоугаоник), правилне тростране и шестостране пирамиде. Приликом решавања задатака инсистирати на што прецизнијем цртању скице геометријског тела, водећи рачуна о цртању видљивих ивица пуном линијом и невидљивих испрекиданом линијом. Извођење формуле за запремину призме везивати за прихваћену формулу за запремину квадрата. Рачунати површине и запремине помоћу основних елемената и зависних елемената (бочне висине, полупречника описаног или уписаног круга, дијагонала ...). Приликом израде задатака треба полазити од општих формула (за призму: $P = 2B + M$ и $V = BH$, за пирамиду: $P = B + M$ и $V = \frac{1}{3}BH$) и анализирањем конкретног случаја решавати задатак. Посебно размотрити примере једнакоивичних тела.

На часовима систематизације применити знања о површини и запремини призме и пирамиде и у ситуацијама из свакодневног живота.

Линеарна функција – Најпре поновити појам функције директне пропорционалности и њеног приказивања у координатном систему који је обрађиван у седмом разреду. Увести затим појам линеарне функције једне реалне променљиве ($y = kx + n$), не помињући општи појам функције. Показати да је график те функције права, уз посебно разматрање случајева $k = 0$, $k > 0$, $k < 0$, као и $n = 0$, $n > 0$, $n < 0$. Увести појмове: нула функције, знак функције, растућа и опадајућа функција и објаснити како се они илуструју на графику и како зависе од вредности коефицијената k и n . Ученици треба у потпуности да овладају поступком цртања графика линеарне функције и његовог анализирања, тј. „читања“ својстава те функције када јој је график задат. Обратити својства линеарне функције када је она задата имплицитном релацијом $ax + by = c$.

Системи линеарних једначина с две непознате – Ученици треба да се упознају са линеарном једначином с две непознате облика $ax + by = c$, да разумеју да је график ове једначине (када је бар један од бројева a или b различит од нуле) права и да умеју да нацртају тај график.

Уводи се и појам система две линеарне једначине с две непознате, као и појам решења система као уређеног пара бројева. Системе линеарних једначина решавати методама замене и супротних коефицијената. Пажњу треба посветити и графичкој интерпретацији система две линеарне једначине с две непознате.

Решавајући разне проблеме из геометрије, физике, хемије и свакодневног живота, ученици увиђају потребу за састављањем одговарајућих система линеарних једначина, при чему утврђују научене формалне поступке, сагледавају потребу за њиховом применом и умеју да образложе добијено решење.

Ваљак, купа и лопта – Важно је истаћи да су ваљак, купа и лопта ротациона тела. Као и код призме и пирамиде, ради бољег уочавања елемената и осних пресека ваљка и купе, као и пресека лопте (сфере) и равни, користити моделе тела. Оспособити ученике за цртање мреже ваљка и купе, израду њихових модела као и што прецизнијих скица приликом решавања задатака.

При обради ове теме, ваљак и купу повезати са призмом и пирамидом и указивати на аналогije између призме и ваљка, односно пирамиде и купе. Ту аналогiju користити за образложење формула за површину и запремину ваљка и купе. Приликом извођења формуле за површину купе, повезати површину омотача са површином кружног исечка, а обим базе са дужином кружног лука.

Пре дефинисања сфере, односно лопте потребно је подсетити се дефиниција кружнице и круга. Формуле за површину и запремину лопте се наводе без доказивања. На часовима систематизације применити знања о површини и запремини ваљка, купе и лопте у ситуацијама из свакодневног живота.

Пројектни задатак – Програмом је планиран и један пројектни задатак, по избору наставника и ученика. Примери могућих пројектних задатака:

1. Конструкција теста из математике за завршни испит

Ученици се поделе у групе нехомогених математичких знања, тако да свака група има најмање три ученика. Свака група има задатак да састави низ од 20 задатака, уз следеће услове:

- да 9 задатака буду задаци основног нивоа, 7 средњег нивоа и 4 напредног нивоа;
- да по 5 задатака буде из области *Бројеви и операције са њима* и *Алгебра и функције*, 6 из области Геометрија и по 2 задатка из области *Мерење* и *Обрада података*.

Област и ниво за сваки од задатака у тесту одређује наставник у договору са ученицима. Улога наставника је да координира рад група, по потреби помаже ученицима, проверава да ли су тестови конструисани по договореној методологији, организује израду теста тако да сваки ученик решава тест у чијој конструкцији није учествовао (ученици једне групе решавају појединачно тест друге групе), организује прегледање тестова и презентацију резултата. Ученици врше избор задатака, решавају задатке, израђују кључ теста и припремају тест и кључ у неком програму за обраду текста, решавају тест друге

групе, прегледају урађене тестове које је њихова група конструисала, обрађују добијене резултате и презентују их.

Овај задатак може бити веома користан за ученике који се припремају за завршни испит, а мотивација за реализацију ће бити на повишеном нивоу.

2. Коришћење динамичког софтвера

У циљу боље припреме за завршни испит, ученици могу током целе године припремати аплете коришћењем неког од бесплатних динамичких софтвера. Подељени у групе могу сами бирати области којима ће се бавити. Након договореног временског периода групе представљају свој рад осталима и на тај начин обнављају или утврђују градиво, а подстиче се и вршњачко учење. На овај начин ученици осмог разреда остављају својој школи вредан радни материјал који ће бити од користи осталим генерацијама, а који ће се временом усавршавати и на тај начин формирати база аплета за наставу. Неке од могућих тема су: график линеарне функције; решавање неједначина са апсолутним вредностима; конструкције углова, троуглова и четвороуглова; израчунавање површина геометријских објеката; централна и осна симетрија, транслација и ротација; решавање једначина (проблеми кретања); сабирање и одузимање вектора.

*

Скоро све наставне теме у осмом разреду основне школе омогућавају да се приликом увежбавања, обнављања, систематизације и проверавања садржаја значајна пажња посвети примени усвојених знања на практичне проблеме из свакодневног живота. Примена стечених знања на конкретне задатке из праксе има за циљ да ученике оспособи за решавање разних, а конкретних проблемских ситуација и увери у значај математике за општи развој и технолошки напредак цивилизације, данас и кроз историју.

Динамички геометријски софтвери могу бити веома корисни за успешно остваривање исхода који се односе на геометрију простора, линеарну функцију, једначине и системе једначина. Софтверски алати су посебно препоручљиви за илустрацију својстава ортогоналне пројекције, приказивање исте просторне фигуре у различитим положајима, односно посматрање исте фигуре из различитих праваца, цртање и анализу графика линеарне функције, графичко решавање система итд.

III. ПРАЋЕЊЕ И ВРЕДНОВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Саставни део процеса развоја математичких знања у свим фазама наставе је и праћење и процењивање степена остварености исхода, које треба да обезбеди што поузданије сагледавање развоја и напредовања ученика. Тај процес започети иницијалном проценом нивоа на коме се ученик налази. Прикупљање информација из различитих извора (свакодневна посматрања, активност на часу, учествовање у разговору и дискусији, самосталан рад, рад у групи, тестови) помаже наставнику да сагледа постигнућа (развој и напредовање) ученика и степен остварености исхода. Свака активност је добра прилика за процену напредовања и давање повратне информације, а важно је ученике оспособљавати и охрабривати да процењују сопствени напредак у учењу.