

Први (поправни) колоквијум из Парцијалних и интегралних једначина

23. јануар 2016. године

1. (7 поена) Решити једначину

$$(2yz + 3x)dx + xzdy + xydz = 0$$

2. (8 поена) Одредити опште решење једначине

$$e^y \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial y} - 2(x + e^y) = 0.$$

3. (8 поена) Решити проблем

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0,$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = \sin 2x, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad 0 < x < \pi.$$

Други (поправни) колоквијум из Парцијалних и интегралних једначина

23. јануар 2016. године

1. (7 поена)

Одредити функцију која је хармонијска у прстену $1 < r < 2$, таква да је

$$u(1, \varphi) = \cos^3 \varphi, \quad u(2, \varphi) = \frac{1}{8} (1 + \cos^3 \varphi).$$

2. (4+5 поена)

а) Методом сукцесивних апроксимација решити интегралну једначину

$$\varphi(x) = x + 4 \int_0^1 x^2 t^2 \varphi(t) dt.$$

б) Решити интегралну једначину користећи Фредхолмову теорију

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^1 x e^t \varphi(t) dt + e^{-x}.$$

3. (7 поена)

Решити систем интегралних једначина

$$\varphi_1(x) = x + \int_0^x \varphi_2(t) dt$$

$$\varphi_2(x) = 1 - \int_0^x \varphi_1(t) dt$$

$$\varphi_3(x) = \sin x + \frac{1}{2} \int_0^x (x-t) \varphi_1(t) dt.$$