

ЛОГАРИТАМСКА ФУНКЦИЈА, ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

29.04.2017. године

1. Одредити вредност израза

$$(a) \log_4 256 \cdot \log_3 \frac{1}{81} \cdot \log_2 1024 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}; \quad (б) 5^{\log_{25} 10} + 16^{\frac{1}{\log_2 4}} - 81^{\frac{1}{\log_2 3}};$$

$$(в) 16^{\log_4 10} - \left(9^{\frac{1}{\log_2 3}} + 5^{\frac{1}{\log_{16} 25}}\right) \cdot 27^{\log_9 4}.$$

2. Ако је $p = \log_8 3$ и $q = \log_3 5$, одредити $\log_{10} 5 + \log_{10} 6$.

3. Решити једначине

$$(a) \frac{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)}{\ln\left(\frac{x}{3}-1\right)} = 0; \quad (б) 2 \log_7 \sqrt{x} = \log_7(9-2x);$$

$$(в) (\log x)^2 - \log x = 6; \quad (г) \log_3^2 4x - \log_3 12x = 1.$$

4. Решити једначине

$$(a) \log_7 x + \log_7 x^2 + \log_7 x^3 + \dots + \log_7 x^{100} = 5050; \quad (б) \log_{x+1}(x^2+1) = 2.$$

5. Решити једначине

$$(a) \log_4(2 \log_3(1 + \log_2(1 + 3 \log_3 x))) = 0, 5; \quad (б) 5^{1+\log_4 x} + 5^{-1+\log_{0,25} x} = \frac{26}{5};$$

$$(в) \log(7-2^x) - \log(5+4^x) + \log 7 = 0.$$

6. Решити неједначине

$$(a) \log_{\frac{1}{2}}(x+2) > 1; \quad (б) \log_{0,4}(x+1) < \log_{0,4}(2x-6); \quad (в) \log_{1,5} \frac{2x-8}{x-2} < 0.$$

7. Решити неједначине

$$(a) \log_{\frac{1}{7}} \log_7 x \geq 0; \quad (б) \log_{\frac{1}{2}} \left(x - \frac{1}{2}\right) > \log_2 \left(x + \frac{1}{2}\right); \quad (в) \frac{\log(x^2-1)}{\log(1-x)} < 1.$$

8. Решити неједначине

$$(a) \log_x(x+2) > 2; \quad (б) \log_x \frac{5x-2}{x^2+2} > 0.$$

9. Решити неједначине

$$(a) \log_2^2 x - \log_2 x^2 \leq 3; \quad (б) \log_2(\log_4 x) + \log_4(\log_2 x) \leq 2.$$

10. Решити неједначине

$$(a) \log(5^x + x - 20) > x - x \log 2; \quad (б) \sqrt{x^{\log_2 \sqrt{x}}} \geq 2.$$

11. Решити системе једначина

$$(a) \begin{cases} \log(x^2 + y^2) = 1 + \log 8, \\ \log(x+y) - \log(x-y) = \log 2; \end{cases} \quad (б) \begin{cases} \log_y x + \log_x y = 2, \\ x + y = 2; \end{cases}$$

$$(в) \begin{cases} \log_2^2 x + \log_2^2 y = \frac{5}{2}, \\ xy = 4. \end{cases}$$