

## РЕАЛНЕ ФУНКЦИЈЕ

1. Ако је функција  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  дата са  $f(x) = x^3 - \frac{2}{x^2}$ , одредити  $f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ .
2. Ако је функција  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  дата са  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ , одредити  $f(f(1)) - f(f(-1))$ .
3. Ако су функције  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  и  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  дате са  $f(x) = x^2 + 1$  и  $g(x) = 3x - 1$ , одредити  $f(g(x)) - g(f(x))$ .
4. Ако је функција  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  дата са  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ , одредити функцију  $h(x) = (f \circ f \circ f)(x)$ .
5. Ако су функције  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  и  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  дате са  $f(x) = \sqrt{x}$  и  $g(x) = x^4 + 3$ , одредити  $f(g(f(f(x))))$ .
6. Ако је функција  $f : [0, 1] \rightarrow \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$  дата са  $f(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$ , одредити њену инверзну функцију.
7. Ако је функција  $f : [0, 1] \rightarrow [1, \sqrt{2}]$  дата са  $f(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x})$ , одредити њену инверзну функцију.
8. Ако је  $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = x - 1$  и  $g\left(\frac{x-1}{2}\right) = x + 1$ , одредити  $(f^{-1} \circ g)\left(\frac{1}{2}\right)$ .
9. Ако је  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  функција таква да за свако  $x > 0$  важи

$$2f(x) + 3f\left(\frac{2010}{x}\right) = 5x,$$

одредити  $f(6)$ .

10. Одредити које од следећих функција  $f_1, f_2, f_3, f_4$ , дефинисаних са  $f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2}}$ ,  $f_2(x) = \ln e^{\frac{1}{|x|}}$ ,  $f_3(x) = \sqrt{\frac{|x|}{x^3}}$ ,  $f_4(x) = \frac{1}{|x|}$ , су међусобно једнаке.
11. Дате су функције  $f_1(x) = 1 - \frac{1}{x}$ ,  $f_2(x) = e^{\ln \frac{x-1}{x}}$ ,  $f_3(x) = \frac{(x-1)x}{x^2}$ ,  $f_4(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-2)}$ ,  $f_5(x) = \ln e^{\frac{x-1}{x}}$ . Одредити које од наведених функција су једнаке функцији  $f(x) = \frac{x-1}{x}$ .
12. Одредити домене следећих функција:
  - (а)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1} + \sqrt{x}$ ;    (б)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1} + \sqrt{2-x}$ ;
  - (в)  $f(x) = (3 - |x|)^{-\frac{1}{2}}$ ;    (г)  $f(x) = \log(6 + x - x^2)$ .
13. Одредити област дефинисаности функције  $f(x) = \sqrt{\ln \frac{x-4}{x+2}} + \sqrt{4-3x-x^2}$ .
14. Одредити број реалних нула функције  $f(x) = \frac{(x^2 - 5x + 6) \ln(x-4)}{x-2 + |x-2|}$ .

## КОМПЛЕКСНИ БРОЈЕВИ

1. Одредити реалан параметар  $k$ , такав да је вредност израза  $5i^{33} - 2ki^{32} + (k - 3)i^{31} + 10$  реалан број.

2. Ако је  $z = \frac{1 + i^{15}}{i^3 - i^{12}}$ , где је  $i^2 = -1$ , одредити вредност израза  $\operatorname{Re}(z) + (\operatorname{Im}(z))^2$ .

3. Одредити реални део комплексног броја  $\frac{1 - 3i}{1 + 3i} - \frac{3 + i}{3 - i} + \frac{1 - i}{2i^3}$ .

4. Одредити имагинарни део комплексног броја  $\frac{1 - 3i}{1 + 3i} - \frac{3 + i}{3 - i} + \frac{1 - i}{2i^3}$ .

5. Ако су  $a$  и  $b$  реални параметри такви да је  $(2 + 3i)a + (3 + 2i)b = 1$ , одредити збир  $a + b$ .

6. Одредити модуо комплексног броја  $\frac{(1 - i)^5}{(1 + i)^4}$ .

7. Одредити вредност израза  $\frac{(1 + i)^{1000}}{(1 - i)^{996} - i(1 + i)^{998}}$ .

8. Одредити реалан број  $\lambda$ , такав да је број  $\frac{1 - i\sqrt{3}}{\lambda + (\lambda + 1)i}$  такође реалан.

9. Одредити вредност израза  $\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^n$ , при чему  $n$  није дељиво са 3.

10. Ако је  $i^2 = -1$ , одредити вредност израза  $\sqrt{1 - i\sqrt{8}} + \sqrt{1 + i\sqrt{8}}$ .

11. У скупу комплексних бројева решити једначину  $(1 + i)z + (1 - i)^4 = 2$ .

12. Ако је  $z$  комплексан број такав да је  $\left|\frac{z}{z + 1}\right| = 1$  и  $\frac{z}{\bar{z}} = i$ , одредити  $z \cdot \bar{z}$ .

13. Ако за комплексан број  $z = x + iy$  важи  $|z - 2| = |z + 2i|$  и  $|z + 2| = |z - 2i|$ , одредити  $x + y$ .

14. Одредити вредност израза

$$\frac{\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)^3 + \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right)^5}{\left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}\right)^2}.$$

15. Одредити тригонометријски облик комплексног броја  $z = \frac{i - 1}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$ .