

ПОЛИНОМИ И ЈЕДНАЧИНЕ ВИШЕГ РЕДА

1. Одредити збир коефицијената полинома $P(x) = (x - 1)(x - 10)(x - 100)(x - 1000) + 10000$.
2. Одредити остатак при дељењу полинома $P(x) = 5x^{3786} - 6x^{727} + 5x^{43} - 8x^2 + 14$ полиномом $x^2 - 1$.
3. Одредити остатак при дељењу полинома $P(x) = (x^2 - x - 1)^{235} + (x^3 - x^2 + 1)^{125} + x^{28} - x^3 + 4$ полиномом $x^3 - x$.
4. Одредити $a - b$ тако да полином $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$, $a, b \in \mathbb{R}$, буде дељив полиномом $Q(x) = x^2 - 3x + 2$.
5. Полином $P(x)$ при дељењу са $x + 3$ даје остатак 6, а при дељењу са $x - 7$ даје остатак -2 . Одредити остатак при дељењу полинома $P(x)$ полиномом $x^2 - 4x - 21$.
6. Полином $P(x)$ при дељењу са $x + 1$ даје остатак 2, а при дељењу са $x + 3$ даје остатак 6, а са $x - 3$ је дељив. Одредити остатак при дељењу полинома $P(x)$ полиномом $x^3 + x^2 - 9x - 9$.
7. Одредити све уређене парове реалних бројева a и b , за које полином $x^4 + ax^3 + bx^2 - 8x + 1$ представља потпун квадрат.
8. Ако је $P(x)$ полином четвртог степена са реалним коефицијентима, чији је водећи коефицијент једнак 1 и чија је двострука нула број 3, а једнострука нула број $1 - i$, где је $i^2 = -1$, одредити $P(0)$.
9. Ако је $P(x)$ полином петог степена са реалним коефицијентима, чији је водећи коефицијент једнак 3 и чија је двострука нула број $2 - i$, где је $i^2 = -1$, а број 3 једнострука нула, одредити $P(1)$.
10. Ако једначина $x^3 + x^2 + ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, има решења $x_1 = 1 - \sqrt{2}$ и $x_2 = 1 + \sqrt{2}$, одредити преостала решења.
11. Једно решење једначине $x^3 + 3x^2 = 28x + 60$ је број -2 . Одредити остала решења.
12. Ако су x_1 , x_2 и x_3 решења једначине $x^3 + x^2 + 2x = 14$ у скупу комплексних бројева, одредити $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
13. Одредити производ свих реалних решења једначине $x^3 + x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 6$.
14. Одредити производ свих различитих реалних решења једначине $x^3 - x^2 - 21x + 45 = 0$.
15. Одредити збир свих реалних решења једначине $x^4 + (x - 2)^4 = 82$.
16. Колико реалних решења има једначина $(x - 3)^4 + (x - 2)^4 = (2x - 5)^4$?
17. Одредити разлику највећег и најмањег (реалног) решења једначине $2x^5 + 5x^4 - 13x^3 - 13x^2 + 5x + 2 = 0$.
18. Ако су α , β и γ решења једначине $x^3 + 2x^2 - 5x + 1 = 0$, одредити једначину чија су решења бројеви $\alpha - 3$, $\beta - 3$ и $\gamma - 3$.
19. Ако су α , β , γ и δ решења једначине $x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6 = 0$, одредити једначину чија су решења бројеви $\alpha + 2$, $\beta + 2$, $\gamma + 2$ и $\delta + 2$.
20. Дат је полином $P(x) = x^4 - x^3 + \lambda x^2 + 6x - 4$. Одредити коефицијент λ , ако за две нуле x_1 и x_2 полинома $P(x)$ важи $x_1 x_2 = 2$.

КОМПЛЕКСНИ БРОЈЕВИ

1. Одредити реалан параметар k , такав да је вредност израза $5i^{33} - 2ki^{32} + (k-3)i^{31} + 10$ реалан број.

2. Ако је $z = \frac{1+i^{15}}{i^3-i^{12}}$, одредити вредност израза $\operatorname{Re}(z) + (\operatorname{Im}(z))^2$.

3. Одредити реални део комплексног броја $\frac{1-3i}{1+3i} - \frac{3+i}{3-i} + \frac{1-i}{2i^3}$.

4. Одредити имагинарни део комплексног броја $\frac{1-3i}{1+3i} - \frac{3+i}{3-i} + \frac{1-i}{2i^3}$.

5. Ако су a и b реални параметри такви да је $(2+3i)a + (3+2i)b = 1$, одредити збир $a+b$.

6. Одредити модуо комплексног броја $\frac{(1-i)^5}{(1+i)^4}$.

7. Одредити вредност израза $\frac{(1+i)^{1000}}{(1-i)^{996} - i(1+i)^{998}}$.

8. Одредити реалан број λ , такав да је број $\frac{1-i\sqrt{3}}{\lambda + (\lambda+1)i}$ такође реалан.

9. Одредити вредност израза $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n$, при чему n није дељиво са 3.

10. У скупу комплексних бројева решити једначину $(1+i)z + (1-i)^4 = 2$.

11. Ако је z комплексан број такав да је $\left|\frac{z}{z+1}\right| = 1$ и $\frac{z}{\bar{z}} = i$, одредити $z \cdot \bar{z}$.

12. Ако за комплексан број $z = x + iy$ важи $|z-2| = |z+2i|$ и $|z+2| = |z-2i|$, одредити $x+y$.

13. Одредити вредност израза

$$\frac{\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)^3 + \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right)^5}{\left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}\right)^2}.$$

14. Одредити тригонометријски облик комплексног броја $z = \frac{i-1}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$.